

NESIMETRIČNI KAVEZ SINKRONIH STROJEVA S ISTAKNUTIM POLOVIMA

Veslko Tomljenović, Milivoj Puzak, Zoran Kovačević

Sažetak

Sinkroni stroj s istaknutim polovima se tijekom asinkronog zaleta ponaša kao asinkroni stroj s nesimetričnim kavezom. Stoga se prigušni kavez treba modelirati uzimajući u obzir njegovu magnetsku i električnu nesimetriju. Tako se može ispravno odrediti ne samo razvijeni asinkroni zakretni moment tijekom zaleta, već i amplitudu oscilirajućeg zakretnog momenta koji se pri tome javlja. U radu se daje detaljniji opis načina modeliranja nesimetričnog kaveza. Primjer proračuna asinkronog zaleta ilustrira mogućnosti ovakvog modela.

Ključne riječi: *nesimetrični kavez, istaknuti polovi, sinkroni stroj*

1. UVOD

Pri asinkronom zaletu sinkronog stroja s istaknutim polovima javljaju se, zbog električne i magnetske nesimetrije rotora, oscilirajući momenti, frekvencije $2s\omega$. Istovremeno u statorskom namotu teče još i struja frekvencije $(2s - 1)f$. Osim toga u krivulji momenta $T = f(n)$ javlja se sedlo u okolici polovine sinkrone brzine vrtnje.

Gledajući fizikalno, asinkroni zalet sinkronog stroja pomoću prigušnog kaveza ne razlikuje se od zaleta asinkronog stroja čiji je rotor magnetski i električno nesimetričan. Magnetska nesimetrija je uzrokovana različitom magnetskom vodljivošću u međupolnom prostoru od one u području pola. Električna nesimetrija rezultat je neravnomjerne raspodjele prigušnih štapova po obodu provrta, jer se oni obično izostavljaju u međupolnom prostoru. Ako bi se ipak napravio potpuni kavez, štapovi u međupolnom prostoru imali bi različite rasipne induktivitete od štapova koji se nalaze u utorima pola.

Ovaj rad se oslanja na teoriju okretnog polja, po kojoj se resultantna indukcija u zračnom rasporu dobiva kao suma okretnih valova indukcije, koji pak nastaju uzajamnim djelovanjem valova strujnog obloga i valova vodljivosti.

2. POSTAVLJANJE MATEMATIČKOG MODELA

O proračunu asinkronog zaleta sinkronog stroja postoji opsežna literatura. Za veće strojeve moguće je naponske diferencijalne jednadžbe svesti na obične

algebarske, budući da je električna vremenska konstanta puno manja od mehaničke, [1,2]. Međutim, kod manjih strojeva odnos vremenskih konstanti to ne dozvoljava, pa se mora rješavati sustav diferencijalnih jednačbi, [3].

Simetrične izmjenične struje u trofaznom namotu uzrokuju valove strujnog obloga

$$a_{i\nu}(x, t) = -A_{i\nu} \sin(\nu x - \omega t - \varphi_i) \quad (1)$$

gdje je ω kružna frekvencija struja u ustaljenom stanju. Ako se za ishodište koordinatnog sustava (x je izražen u radijanima) izabere os jedne grupe svitaka promatrane faze, tada je fazni kut φ_i identičan s faznim pomakom struje te faze. Amplituda strujnog obloga je

$$A_{i\nu} = \sqrt{2} \frac{3wk_w}{\pi R} I_i \quad (2)$$

gdje je k_w faktor namota. R je polumjer provrta, a w broj zavoja po fazi. Osnovni harmonik polja dobije se za $\nu = p$.

Sinkroni stroj s istaknutim polovima nema konstantni zračni raspod, što se približno može uzeti u obzir tako da se srednjoj magnetskoj vodljivosti Λ_0 pribroji prvi harmonik vodljivosti

$$\lambda(x_r, t) = \Lambda_0 + 2k_1\Lambda_0 \cos 2px_r. \quad (3)$$

Veličina k_1 računa se prema zadanoj geometriji zračnog raspod; $k_1 = 0$ u slučaju okruglog rotora. Uzajamno djelovanje jednog vala strujnog obloga i jednog vala vodljivosti daje okretnu valovu indukciju

$$b(x, t) = \mu_0 \lambda(x, t) \cdot \vartheta(x, t) = \mu_0 \lambda(x, t) R \int_0^x a(x, t) dx \quad (4)$$

čiji su polaritet i frekvencija jednaki zbroju i razlici polariteta, odnosno frekvencija, vala strujnog obloga i vala vodljivosti.

Istaknuti polovi uzrokuju, prema (3), val vodljivosti s $2p$ pari plova. Taj val također može s valom strujnog obloga, s $3p$ pari polova, uzrokovati val indukcije s p pari polova. Simetričnim trofaznim statorskim namotom, spojenim u zvijezdu, ne može se dobiti strujni oblog trostrukog polariteta, ali zato može uzbudnim namotom na rotoru, te prigušnim kavezom.

Kad je poznata rezultantna raspodjela strujnog obloga $a(x,t)$ i rezultantna raspodjela indukcije $b(x,t)$, može se integriranjem sile po obodu provrta dobiti elektromagnetski moment

$$T(t) = lR^2 \int_0^{2\pi} a(x,t) b(x,t) dt. \quad (5)$$

Zbog nesimetrije rotora teći će promatranom fazom statorskog namota osim struje mrežne frekvencije f

$$i_s = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_s) = \operatorname{Re}(\underline{I}_s \sqrt{2} e^{j\omega t}); \quad \underline{I}_s = I_s e^{j\varphi_s}, \quad (6)$$

još i struja i_{ss} frekvencije $f_s = (2s - 1)f$

$$i_{ss} = I_{ss} \sqrt{2} \cos[(2s - 1)\omega t + \varphi_{ss}] = \operatorname{Re}[\underline{I}_{ss} \sqrt{2} e^{j(2s-1)\omega t}]; \quad \underline{I}_{ss} = I_{ss} e^{j\varphi_{ss}}. \quad (7)$$

Od interesa su samo osnovni harmonici statorskih strujnih obloga, dok će ostali biti uzeti u obzir u statorskom diferencijalnom rasipanju:

$$a_s(x_s, t) = -A_s \sin(px_s - \omega t - \varphi_s), \quad (8)$$

$$a_{ss}(x_s, t) = -A_{ss} \sin[px_s + (2s - 1)\omega t + \varphi_{ss}], \quad (9)$$

čije su amplitude:

$$A_s = 3\sqrt{2} \frac{w_s k_{ws1}}{\pi R} I_s \quad (10)$$

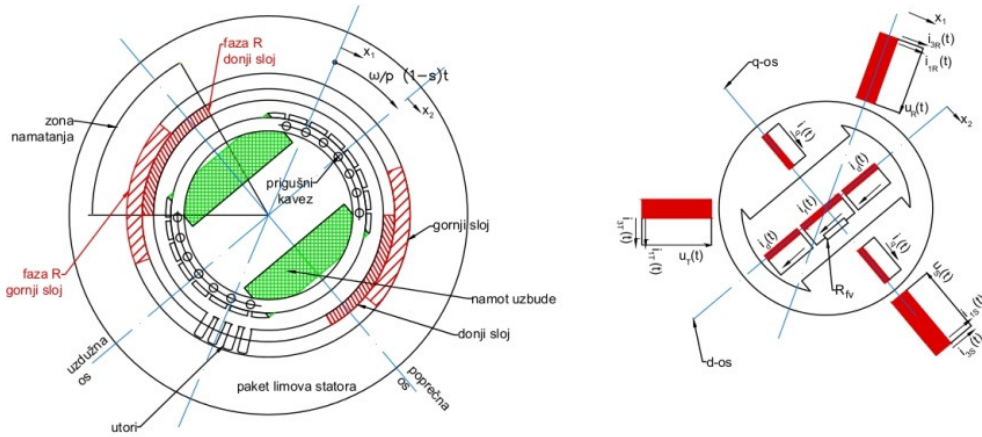
$$A_{ss} = 3\sqrt{2} \frac{w_s k_{ws1}}{\pi R} I_{ss} \quad (11)$$

gdje su w_s broj zavoja u jednoj fazi statora, k_{ws1} faktor namota statora za osnovni harmonik.

Komplicirani sustav struja u prigušnom kavezu tijekom asinkronog zaleta treba, radi pojednostavnjenja proračuna, nadomjestiti s dva prostorno sinusno raspodijeljena strujna sustava, čije su osi međusobno okomite, sl.1. Ova dva sustava prigušnih struja u d i q osi nadomještaju se s dva kratko spojena svitka, u kojima teku struje

$$i_d = I_d \sqrt{2} \cos(s\omega t + \varphi_d) = \operatorname{Re}\left(\underline{I}_d \sqrt{2} e^{js\omega t}\right); \quad \underline{I}_d = I_d e^{j\varphi_d}, \quad (12)$$

$$i_q = I_q \sqrt{2} \cos\left(s\omega t + \varphi_q - \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{Re}\left(\underline{I}_q \sqrt{2} e^{j(s\omega t - \pi/2)}\right); \quad \underline{I}_q = I_q e^{j\varphi_q}, \quad (13)$$



Slika 1: Shema rasporeda namota i nadomjesnih namota na primjeru dvopolnog stroja koje uzrokuju strujne obloge na rotoru

$$a_d(x_r, t) = -\sum_{v=1}^{\infty} A_{dv} \sin v p x_r \cdot \cos(s\omega t + \varphi_d); \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (14)$$

$$a_q(x_r, t) = -\sum_{v=1}^{\infty} A_{qv} \sin\left(v p x_r - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(s\omega t + \varphi_q - \frac{\pi}{2}\right), \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (15)$$

s amplitudama

$$A_{dv} = 2\sqrt{2} \frac{w_d k_{wrdv}}{\pi R} I_d, \quad (16)$$

$$A_{qv} = 2\sqrt{2} \frac{w_q k_{wrqv}}{\pi R} I_q. \quad (17)$$

Uzbuđni namot se tijekom asinkronog zaleta kratko spaja preko vanjskog otpora R_{iv} , tako da njime teče izmjenična struja

$$i_f = I_f \sqrt{2} \cos(s\omega t + \varphi_f) = \operatorname{Re} \left(\underline{I}_f \sqrt{2} e^{js\omega t} \right); \quad \underline{I}_f = I_f e^{j\varphi_f}. \quad (18)$$

Ako strujni oblog, što ga uzrokuje struja i_f , zamislimo kao beskrajno tanak sloj na stranicama pola širine b_p' , tada Fourierovom analizom dobivamo

$$a_f(x_r, t) = - \sum_{v=1}^{\infty} A_{fv} \sin v p x_r \cdot \cos(s\omega t + \varphi_f); \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (19)$$

s amplitudama
$$A_{fv} = 2\sqrt{2} \frac{w_f k_{wrv}}{\pi R} I_f, \quad (20)$$

gdje su: w_f – ukupni broj u seriju spojenih zavoja svih $2p$ polova,

$$k_{wrv} = \sin v \frac{\pi b_p'}{2 \tau_p} - \text{faktor namota uzbudnog namota.} \quad (21)$$

Ukupni strujni oblog je sad:

$$a(x, t) = a_s(x, t) + a_{ss}(x, t) + a_d(x, t) + a_q(x, t) + a_f(x, t). \quad (22)$$

Prema jednadžbi (4), uzimajući u obzir (3) i (22), dobiva se za indukciju u zračnom rasporu :

$$\begin{aligned} b(x_r, t) = \mu_0 \Lambda_0 \frac{R}{p} \{ & A_s \cos(p x_r - s\omega t - \varphi_s) + k_1 A_{ss} \cos(p x_r - s\omega t - \varphi_{ss}) + \\ & + A_{ss} \cos(p x_r + s\omega t + \varphi_{ss}) + k_1 A_s \cos(p x_r + s\omega t + \varphi_s) + \\ & + (1 + v_{d1} k_1) A_{d1} \cos p x_r \cdot \cos(s\omega t + \varphi_d) + \\ & + (1 + v_{f1} k_1) A_{f1} \cos p x_r \cdot \cos(s\omega t + \varphi_f) + \\ & + (1 - v_{q1} k_1) A_{q1} \sin p x_r \cdot \sin(s\omega t + \varphi_q) + k_1 A_s \cos(3 p x_r - s\omega t - \varphi_s) + \\ & + k_1 A_{ss} \cos(3 p x_r + s\omega t + \varphi_{ss}) + \\ & + \sum_{v=3}^{\infty} v_{dv} A_{dv} \cos v p x_r \cdot \cos(s\omega t + \varphi_d) + \sum_{v=3}^{\infty} v_{fv} A_{fv} \cos v p x_r \cdot \cos(s\omega t + \varphi_f) + \\ & \left. + \sum_{v=3}^{\infty} v_{qv} A_{qv} \sin v p x_r \cdot \sin(s\omega t + \varphi_q) \right\}. \quad (23) \end{aligned}$$

Konstante v_{f1} , v_{d1} i v_{q1} uzimaju u obzir da valovi strujnog obloga rotora trostrukog broja pari polova daju s valom vodljivosti u zračnom rasporu dvostrukog broja pari polova, osim polja peterostrukog broja pari polova, još i polje osnovnog polariteta. Sasvim slično dolazi se i do konstanti v_{dv} , v_{qv} i v_{fv} :

$$v_{d1} = 1 + \frac{k_{\text{wr}d3}}{3k_{\text{wr}d1}} \quad (24)$$

$$v_{f1} = 1 + \frac{k_{\text{wr}f3}}{3k_{\text{wr}f1}} \quad (25)$$

$$v_{q1} = 1 - \frac{k_{\text{wr}q3}}{3k_{\text{wr}q1}} \quad (26)$$

$$v_{dv} = \frac{k_{\text{wr}dv}}{\nu k_{\text{wr}d1}} + k_1 \left[\frac{k_{\text{wr}d(\nu-2)}}{(\nu-2)k_{\text{wr}d1}} + \frac{k_{\text{wr}d(\nu+2)}}{(\nu+2)k_{\text{wr}d1}} \right], \quad (27)$$

$$v_{fv} = \frac{k_{\text{wr}fv}}{\nu k_{\text{wr}f1}} + k_1 \left[\frac{k_{\text{wr}f(\nu-2)}}{(\nu-2)k_{\text{wr}f1}} + \frac{k_{\text{wr}f(\nu+2)}}{(\nu+2)k_{\text{wr}f1}} \right], \quad (28)$$

$$v_{qv} = \frac{k_{\text{wr}qv}}{\nu k_{\text{wr}q1}} + k_1 \left[\frac{k_{\text{wr}q(\nu-2)}}{(\nu-2)k_{\text{wr}q1}} + \frac{k_{\text{wr}q(\nu+2)}}{(\nu+2)k_{\text{wr}q1}} \right]. \quad (29)$$

Krenuvši od naponske jednadžbe statorske faze

$$i_s R_s - u_s(t) + L_{\sigma s} \frac{di_s}{dt} = -\frac{d\Psi_s}{dt}, \quad (30)$$

gdje je ulančani tok

$$\Psi_s = w_s k_{ws1} Rl \int_{-\frac{\pi}{2}p}^{+\frac{\pi}{2}p} b(x_s, t) dx_s, \quad (31)$$

dobiva se

$$\begin{aligned}
(\alpha + j)\underline{I}_s + j\frac{k_1}{1+\sigma_s}\underline{I}_{ss} + j\frac{M_d}{2L_1}(1+v_{d1}k_1)\underline{I}_d + \\
+ j\frac{M_f}{2L_1}(1+v_{f1}k_1)\underline{I}_f + j\frac{M_q}{2L_1}(1-v_{q1}k_1)\underline{I}_q = \underline{I}_0 \quad (32)
\end{aligned}$$

Na sličan način dobivaju se preostale jednačbe:

$$\begin{aligned}
j\frac{k_1}{1+\sigma_s}\underline{I}_s + \left(\frac{\alpha}{2s-1} + j\right)\underline{I}_{ss} + j\frac{M_d}{2L_1}(1+v_{d1}k_1)\underline{I}_d + \\
+ j\frac{M_f}{2L_1}(1+v_{f1}k_1)\underline{I}_f - j\frac{M_q}{2L_1}(1-v_{q1}k_1)\underline{I}_q = 0 \quad (33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
js\frac{3}{2}\frac{M_d}{L_d}(1+k_1)\underline{I}_s + js\frac{3}{2}\frac{M_d}{L_d}(1+k_1)\underline{I}_{ss} + (\beta_d + js)\underline{I}_d + \\
+ j\frac{M_{df}}{L_d}(1+v_{f1}k_1)\underline{I}_f + 0 = 0 \quad (34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
js\frac{3}{2}\frac{M_f}{L_f}(1+k_1)\underline{I}_s + js\frac{3}{2}\frac{M_f}{L_f}(1+k_1)\underline{I}_{ss} + \\
+ js\frac{M_{fd}}{L_f}(1+v_{d1}k_1)\underline{I}_d + (\beta_f + js)\underline{I}_f + 0 = 0 \quad (35)
\end{aligned}$$

$$js\frac{3}{2}\frac{M_q}{L_q}(1-k_1)\underline{I}_s - js\frac{3}{2}\frac{M_q}{L_q}(1-k_1)\underline{I}_{ss} + 0 + 0 + (\beta_q + js)\underline{I}_q = 0 \quad (36)$$

Svi induktiviteti i međuinduktiviteti, osim geometrijskog rasipanja, računaju se iz ulančanih tokova, tako da se dobiva:

$$M_d = 4\mu_0\Lambda_0 \frac{Rl_i}{\pi p^2} (w_s k_{ws1})(w_d k_{wrd1}) \quad (37)$$

$$M_q = 4\mu_0\Lambda_0 \frac{Rl_i}{\pi p^2} (w_s k_{ws1})(w_q k_{wrq1}) \quad (38)$$

$$M_f = 4\mu_0\Lambda_0 \frac{Rl_i}{\pi p^2} (w_s k_{ws1})(w_f k_{wrf1}) \quad (39)$$

$$M_{df} = 4\mu_0\Lambda_0 \frac{Rl_i}{\pi p^2} (w_f k_{wr1})(w_d k_{wr1}) = M_{fd} \quad (40)$$

$$L_{ss} = 4\mu_0\Lambda_0 \frac{Rl_i}{\pi p^2} (w_s k_{ws1})^2 \quad (41)$$

$$L_{dd} = 4\mu_0\Lambda_0 \frac{Rl_i}{\pi p^2} (w_d k_{wr1})^2 \quad (42)$$

$$L_{ff} = 4\mu_0\Lambda_0 \frac{Rl_i}{\pi p^2} (w_f k_{wr1})^2 \quad (43)$$

$$L_{qq} = 4\mu_0\Lambda_0 \frac{Rl_i}{\pi p^2} (w_q k_{wrq1})^2 \quad (44)$$

$$L_s = \frac{3}{2}L_{ss} + L_{\sigma_s} = \frac{3}{2}L_{ss} (1 + \sigma_s) \quad (45)$$

$$L_d = L_{dd} (1 + \sigma_{dd}) \quad (46)$$

$$L_f = L_{ff} (1 + \sigma_{ff}) \quad (47)$$

$$L_q = L_{qq} (1 + \sigma_{qq}) \quad (48)$$

$$\sigma_{dd} = v_{d1}k_1 + \sigma_{difd} + \sigma_{dg} \quad (49)$$

$$\sigma_{ff} = v_{f1}k_1 + \sigma_{diff} + \sigma_{fg} \quad (50)$$

$$\sigma_{qq} = -v_{q1}k_1 + \sigma_{difq} + \sigma_{qg} \quad (51)$$

$$\sigma_{dg} = \frac{L_{\sigma dg}}{L_{dd}} \quad (52)$$

$$\sigma_{fg} = \frac{L_{\sigma fg}}{L_{ff}} \quad (53)$$

$$\sigma_{\text{qg}} = \frac{L_{\sigma\text{qg}}}{L_{\text{qg}}} \quad (54)$$

koeficijenti diferencijalnog rasipanja

$$\sigma_{\text{difd}} = \sum_{\nu=3}^{\infty} \frac{k_{\text{wrd}\nu}}{\nu k_{\text{wrd}1}} \nu_{\text{d}\nu} \quad (55)$$

$$\sigma_{\text{diff}} = \sum_{\nu=3}^{\infty} \frac{k_{\text{wr}\nu}}{\nu k_{\text{wr}1}} \nu_{\text{f}\nu} \quad (56)$$

$$\sigma_{\text{difq}} = \sum_{\nu=3}^{\infty} \frac{k_{\text{wrq}\nu}}{\nu k_{\text{wrq}1}} \nu_{\text{q}\nu} \quad (57)$$

$$I_0 = \frac{U_s}{\omega L_s} \quad (58)$$

$$\alpha = \frac{R_s}{\omega L_s} \quad (59)$$

$$\beta_d = \frac{R_d}{\omega L_d} \quad (60)$$

$$\beta_f = \frac{R_{\text{fu}}}{\omega L_f} \quad (61)$$

$$\beta_q = \frac{R_q}{\omega L_q} \quad (62)$$

Rješavanjem sustava jednažbi (32) do (36) za određeno klizanje, dobivaju se vrijednosti struja. Nakon toga računa se moment stroja, polazeći od (5):

$$T(t) = lR^2 \int_0^{2\pi} b(x_r, t) \cdot [a_s(x_r, t) + a_{\text{ss}}(x_r, t)] dx_r \quad (63)$$

Nakon dužeg izvoda izlazi da se moment sastoji od jednog vremenski konstantnog dijela – asinkronog okretnog momenta

$$T_a = \frac{3}{2} p L_{ss} \left[6k_1 j I_{-ss} I_s + \frac{M_d}{L_{ss}} (1 + v_{d1} k_1) j I_d (I_s - I_{-ss}) + \frac{M_q}{L_{ss}} (1 - v_{q1} k_1) j I_q (I_s + I_{-ss}) + \frac{M_f}{L_{ss}} (1 + v_{f1} k_1) j I_f (I_s - I_{-ss}) \right], \quad (64)$$

te jednog dijela koji se vremenski mijenja po sinusnom zakonu – oscilirajućeg momenta:

$$T_p(t) = \hat{T}_p \sin(2s\omega t + \varphi_p)$$

čija amplituda ima vrijednost

$$\hat{T}_p = \frac{3}{2} p L_{ss} \left[3k_1 (I_s^2 - I_{ss}^2) + \frac{M_f}{L_{ss}} (1 + v_{f1} k_1) I_f (I_s - I_{-ss}) + \frac{M_d}{L_{ss}} (1 + v_{d1} k_1) I_d (I_s - I_{-ss}) - \frac{M_q}{L_{ss}} (1 - v_{q1} k_1) I_q (I_s + I_{-ss}) \right] \quad (65)$$

3. SVOĐENJE NESIMETRIČNOG KAVEZA NA NADOMJESNE KRATKO SPOJENE SVITKE

Pri svođenju kaveza na prigušne svitke u d i q osi treba ispuniti tri uvjeta:

1. jednakost amplituda valova strujnih obloga;
2. jednakost Jouleovih gubitaka;
3. jednakost magnetskih energija rasipnih polja.

Struje u prigušnom kavezu razlažu se u dva sustava [1], prostorno sinusno raspodijeljena, čije su osi d i q međusobno okomite. Premda struje oba sustava teku istim vodičima, sustavi magnetski nisu vezani, pa se mogu promatrati odvojeno. Smatra se da su štapovi ravnomjerno raspoređeni po papučici pola, razmaknuti za električni kut

$$\varepsilon_p = p \frac{t_r}{R} \quad (66)$$

Ako je
$$r_{st1} = \rho \frac{l}{S_{st}} \quad (67)$$

otpor jednog štapa, a

$$r_{pr1} = \rho \frac{t_r}{S_{pr}} \frac{d_{pr}}{d} \quad (68)$$

otpor segmenta prstena, tada se izjednačavanjem Jouleovih gubitaka može naći nadomjesni otpor štapa strujama d -sustava:

$$r_{std} = r_{st1} + \frac{2r_{pr1}}{\left(2 \sin \frac{\varepsilon_p}{2}\right)^2} \frac{c_{kq1}}{c_{kd1}}, \quad (69)$$

odnosno nadomjesni otpor štapa strujama q -sustava:

$$r_{stq} = r_{st1} + \frac{2r_{pr1}}{\left(2 \sin \frac{\varepsilon_p}{2}\right)^2} \left(\frac{c_{kd1}}{c_{kq1}} + \frac{\tau_p - Q_p t_r}{2t_r} \frac{\sin^2 Q_p \frac{\varepsilon_p}{2}}{\frac{Q_p}{4} c_{kq1}} \right). \quad (70)$$

Tijekom prethodnih izvoda dobiveni su faktori kaveza

$$c_{kdv} = \frac{\sin Q_p \alpha_k}{Q_p \sin \alpha_k} - \frac{\sin Q_p \beta_k}{Q_p \sin \beta_k} \quad (71)$$

$$c_{kqv} = \frac{\sin Q_p \alpha_k}{Q_p \sin \alpha_k} + \frac{\sin Q_p \beta_k}{Q_p \sin \beta_k} \quad (72)$$

gdje su

$$\alpha_k = \frac{\varepsilon_p (\nu - 1)}{2} \quad (73)$$

$$\beta_k = \frac{\varepsilon_p (\nu + 1)}{2}. \quad (74)$$

Za osnovni val ($\nu = 1$) vrijedi:

$$c_{kd1} = 1 - \frac{\sin Q_p \varepsilon_p}{Q_p \sin \varepsilon_p} \quad (75)$$

$$c_{kq1} = 1 + \frac{\sin Q_p \varepsilon_p}{Q_p \sin \varepsilon_p} \quad (76)$$

gdje je Q_p broj štapova po polu. Izjednačavanjem amplituda valova strujnih obloga dobivaju se odnosi:

$$\frac{k_{wrdv}}{k_{wrd1}} = \frac{c_{kdv}}{c_{kd1}} \quad (77)$$

$$\frac{k_{wrqv}}{k_{wrq1}} = \frac{c_{kqv}}{c_{kq1}} \quad (78)$$

tako da je sad moguće izračunati izraze (24), (26), (27) i (29). Analogno, izjednačavajući magnetsku energiju rasipnih polja, moguće je dobiti nadomjesni rasipni induktivitet štapa za d os:

$$l_{\sigma_{std}} = l_{\sigma_{st1}} + \frac{2l_{\sigma_{pr1}}}{\left(2 \sin \frac{\varepsilon_p}{2}\right)^2} \frac{c_{kq1}}{c_{kd1}} \quad (79)$$

odnosno za q os:

$$l_{\sigma_{stq}} = l_{\sigma_{st1}} + \frac{2l_{\sigma_{pr1}}}{\left(2 \sin \frac{\varepsilon_p}{2}\right)^2} \left(\frac{c_{kd1}}{c_{kq1}} + \frac{\tau_p - Q_p t_r}{2t_r} \frac{\sin^2 Q_p \frac{\varepsilon_p}{2}}{\frac{Q_p}{4} c_{kq1}} \right), \quad (80)$$

gdje su:

$l_{\sigma_{st1}}$ – rasipni induktivitet štapa, uključujući i rasipanje među glavama zubi ;

$l_{\sigma_{pr1}}$ – rasipni induktivitet segmenta prstena.

Konačno, izjednačavanjem Juoleovih gubitaka, dobivaju se otpori nadomjesnih svitaka u d i q osi:

$$R_d = \left(w_d k_{wrd1}\right)^2 \frac{4r_{std}}{pQ_p c_{kd1}} \quad (81)$$

$$R_q = \left(w_q k_{wrq1} \right)^2 \frac{4r_{stq}}{pQ_p c_{kq1}}, \quad (82)$$

odnosno, izjednačavajući magnetske energije rasipnih polja:

$$L_{\sigma dg} = \left(w_d k_{wrd1} \right)^2 \frac{4l_{\sigma std}}{pQ_p c_{kd1}} \quad (83)$$

$$L_{\sigma qg} = \left(w_q k_{wrq1} \right)^2 \frac{4l_{\sigma stq}}{pQ_p c_{kq1}}. \quad (84)$$

Ovdje treba napomenuti da su izrazi (69), (70), (79) i (80) egzaktno izvedeni, za razliku od aproksimativnih u [1,2,3].

4. PRIMJER PRORAČUNA

Izabran je sinkroni generator s istaknutim polovima:

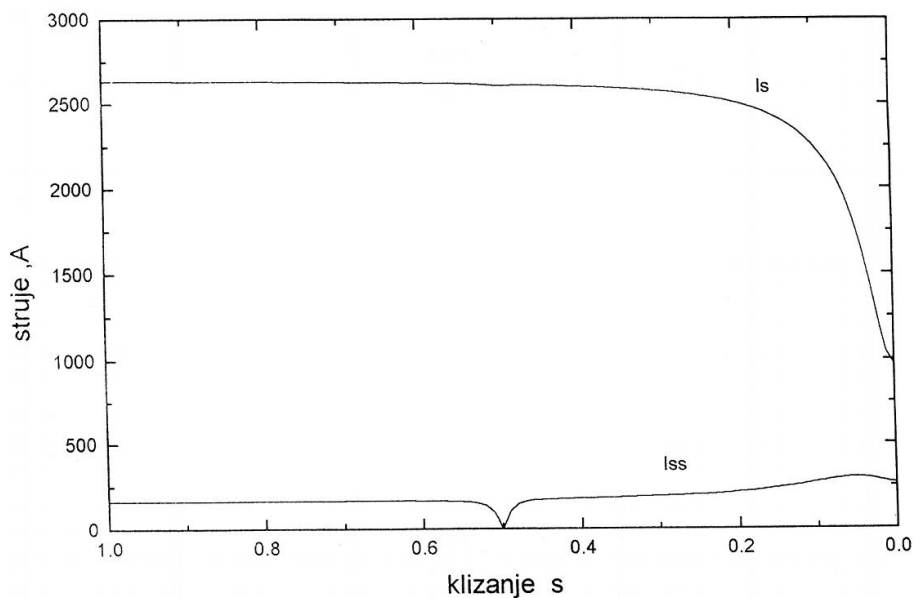
$S_n = 7060$ kVA	$r_{st1} = 0,101$ mΩ
$U_n = 11000$ V	$r_{pr1} = 2,23$ μΩ
$f = 50$ Hz	$l_{\sigma st1} = 1,14$ μH
$w_s = 276$	$l_{\sigma pr1} = 62,3$ nH
$R_s = 0,1184$ Ω	$t_r = 40,01$ mm
$L_{\sigma s} = 8,352$ mH	$Q_p = 8$
$k_{ws} = 0,9461$	$\delta_g = 14,5$ mm
$w_f = 1540$	$l_i = 0,3367$ m
$R_r = 0,3627$ Ω	$p = 14$
$L_{\sigma fg} = 0,147$ H	$d = 4,4$ m
	$b_p = 0,34$ m.

Slike 2, 3, 4 i 5 pokazuju ovisnost struja i momenata za vrijeme asinkronog zaleta. Oscilirajući moment prelazi za $s \rightarrow 0$ u reluktantni moment. Da bi se predočio utjecaj uzbuđenog namota na zalet stroja, računata su dva slučaja:

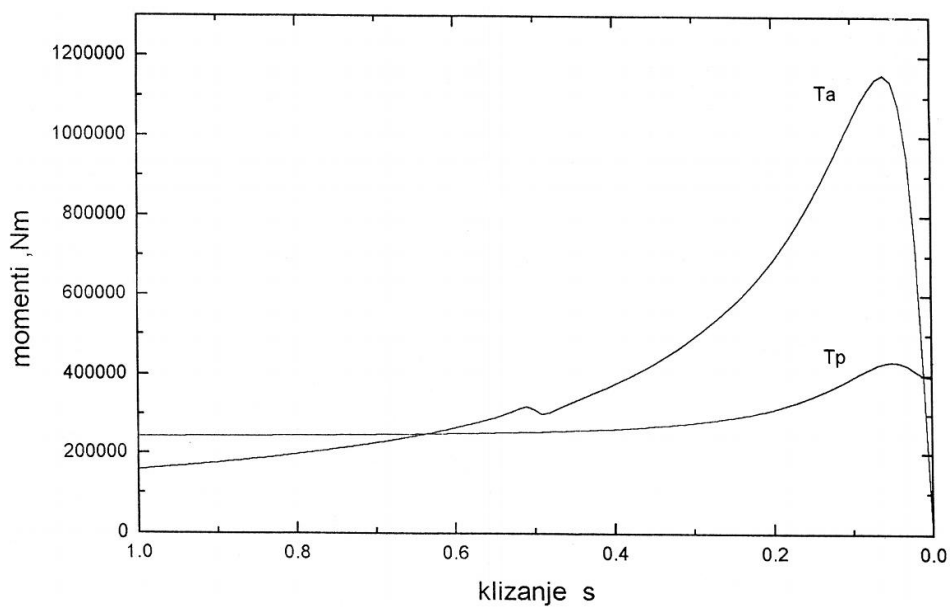
1. zalet s ukupnim otporom uzbuđenog kruga $10 R_r$, slike 2 i 3;
2. zalet s ukupnim otporom uzbuđenog kruga $10^5 R_r$, slike 4 i 5, što se približava otvorenom uzbuđenom krugu.

Uočava se vrlo jaki simetrirajući utjecaj uzbuđenog namota u prvom slučaju. Moguće je pokazati da uzbuđeni namot utječe i na rasterećenje rubnih štapova prigušnog kaveza. Izraženo sedlo u krivulji asinkronog momenta (Goergesov fenomen) skoro potpuno je poravnano i time je izbjegnuto da stroj tijekom zaleta zastane na $n_s/2$.

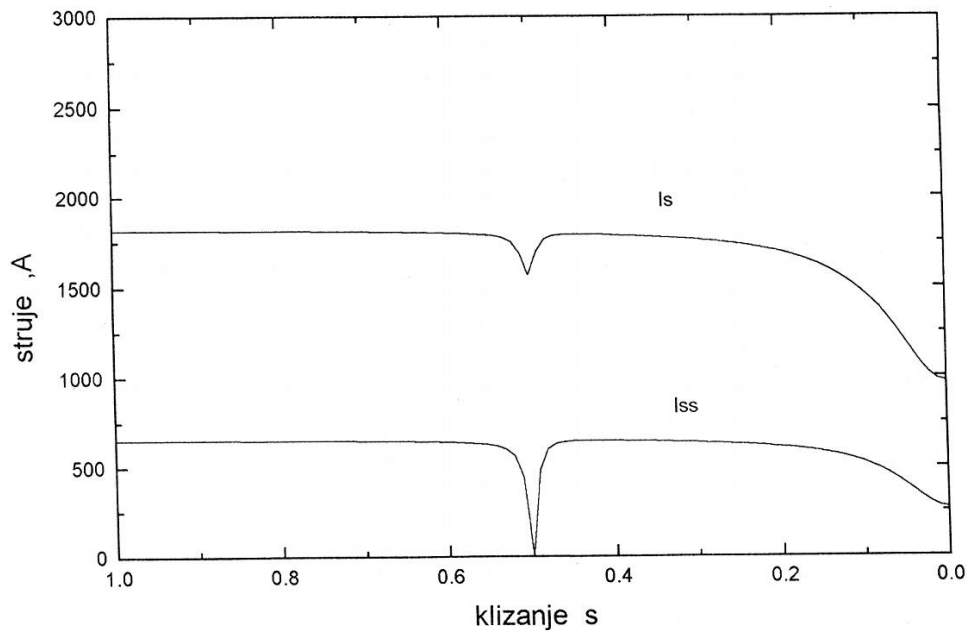
Vidljivo je da su i kod otvorenog uzbuđnog namota amplitude oscilirajućih momenata u redu veličine asinkronog momenta.



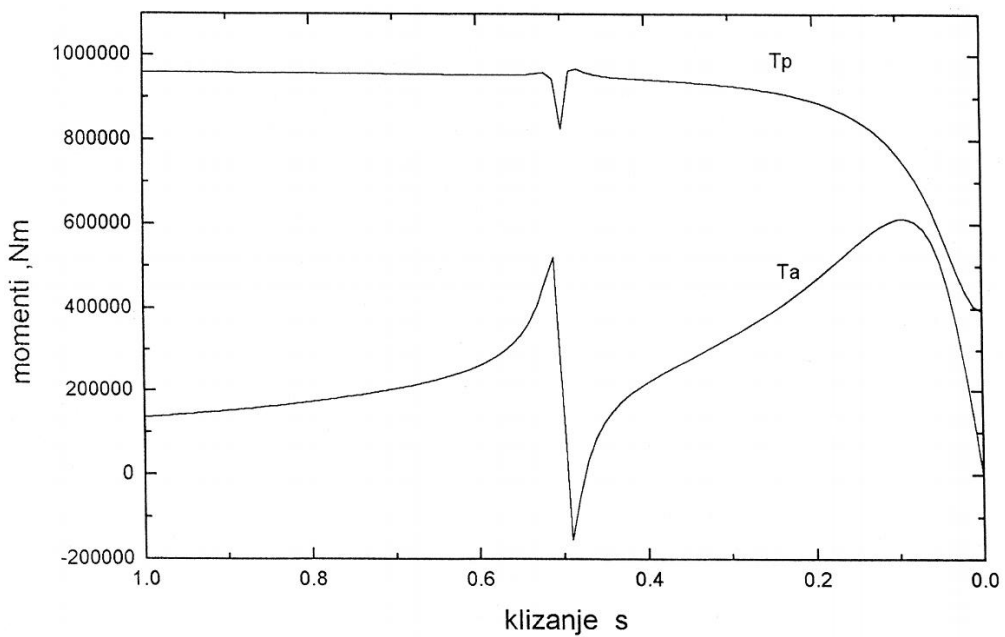
Slika 2: Asinkroni zalet uz deseterostruki otpor uzbuđnog kruga: statorske struje



Slika 3. Asinkroni zalet uz deseterostruki otpor uzbuđnog kruga: asinkroni T_a i amplituda oscilirajućeg momenta T_p



Slika 4. Asinkroni zalet uz otvoreni uzbudni krug: statorske struje



Slika 5. Asinkroni zalet uz otvoreni uzbudni krug: asinkroni T_a i amplituda oscilirajućeg momenta T_p

5. ZAKLJUČAK

Sinkroni stroj koji se pomoću prigušnog kaveza asinkrono zalijeće, promatra se kao asinkroni stroj s nesimetričnim rotorom. Prigušni kavez sveden je na dva prigušna svitka u d i q osi. Pri tome su za matematički model iz [1,2,3] izvedeni egzaktni izrazi kojima se uzima u obzir impedancija prstena svedena na štap.

Polje u zračnom rasporu može se računati pomoću strujnog obloga i vodljivosti zračnog raspورا. Iz poznate indukcije računaju se magnetski tokovi ulančani s pojedinim namotima, što je nužno za postavljanje naponskih jednadžbi. Rješenjem tih jednadžbi za ustaljeno stanje dobivaju se vektori struja. Integriranjem sile po obodu provrta dobiva se elektromagnetski moment, koji osim asinkrone komponente sadrži i oscilirajuću.

Ovakav način računanja asinkronog zaleta sinkronog stroja s istaknutim polovima omogućava i određivanje strujnog opterećenja svakog pojedinog štapa prigušnog kaveza.

6. LITERATURA

- [1] Jordan H., Lorenzen H.W., Taegen F.: Über den asynchronen Anlauf von Synchronmotoren, ETZ-A Bd.85(1964)H.10, 296-305
- [2] Lorenzen H.W., Jordan H.: Die Theorie des asynchronen Anlaufs von Schenkelpolsynchronmaschinen mit geblechten Läufern, A.f.E. Bd.50(1966)H.6, 372-387
- [3] Jordan H., Kulig T.S., Seinsch H.O.: Berechnung elektromagnetischer und mechanischer Ausgleichvorgänge bei Antrieben mit Synchronmaschinen, Teil 1. Spannungsdifferentialgleichungen und elektro-magnetische Drehmomente, Siemens Forsch.-u. Entwickl.-Ber. Bd.10(1981)Nr.5, 303-310
- [4] Tomljenović V.: Salient Pole Synchronous Machine Cage Modeling, Proceedings of 10th International Conference Electrical Drives and Power Electronics (EDPE), Dubrovnik, October 14-16, 1998. p.32-35