

# Matematika i e-učenje

Znanstveno-stručni kolokvij

## Urednici:

prof. dr. sc. Blaženka Divjak

doc. dr. sc. Zlatko Erjavec



**Nakladnik**

TIVA Tiskara Varaždin

**Sunakladnik**

Fakultet organizacije i informatike

**Za nakladnika**

Zvonimir Kušter

**Za sunakladnika**

prof. dr. sc. Tihomir Hunjak

**Urednici**

prof. dr. sc. Blaženka Divjak

doc. dr. sc. Zlatko Erjavec

**L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X dizajn i prijelom**

Damir Horvat, prof.

Bojan Žugec, dipl. ing.

**Korektura**

Autori i urednici

**ISBN** 978 – 953 – 7304 – 76 – 8

**ISBN** 978 – 953 – 6071 – 33 – 3

**Tisak**

TIVA Tiskara Varaždin

**Naklada**

200 primjeraka

# Matematika i e-učenje

Znanstveno-stručni kolokvij  
Dubrovnik, 27.06. – 02.07.2010.

## Organizator

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet organizacije i informatike  
Katedra za kvantitativne metode

## Programsko-organizacijski odbor

prof. dr. sc. Blaženka Divjak – predsjednica POO-a  
doc. dr. sc. Zlatko Erjavec – zamjenik predsjednice POO-a  
Mirela Brumec, prof. – tajnica POO-a  
Bojan Žugec, dipl. ing. – zamjenik tajnice POO-a  
Marija Jakuš, dipl. ing. – član POO-a  
Damir Horvat, prof. – član POO-a  
Dušan Mundžar, dipl. ing. – član POO-a  
Petra Žugec, dipl. ing. – član POO-a

TIVA Tiskara Varaždin  
Fakultet organizacije i informatike, Varaždin  
2010.



## Predgovor

Dragi sudionici znanstveno-stručnog kolokvija, dragi čitatelji,

izuzetno mi je drago pisati predgovor ovoj knjizi s temom *Matematika i e-učenje*. Prvi razlog tome je činjenica da se po prvi puta u Hrvatskoj uspjela okupiti grupa entuzijasta koji su istovremeno matematičari, metodičari, ali i vješti u upotrebi tehnologije u poučavanju matematike te žele prikazati dobre primjere i istražiti nove putove u kvalitetnom poučavanju matematike pomoću e-učenja. Drugi razlog je taj da je ova knjiga, svojim obimom i kvalitetom premašila naša početna očekivanja, koja su se temeljila na činjenici da je ovo prvi kolokvij ovakve vrste u Hrvatskoj. Zahvaljujem iskreno svim autorima koji su dali svoj prilog.

Kvaliteta poučavanja matematike od vitalne je važnosti ne samo za matematiku kao disciplinu, nego i zbog razvoja brojnih struka koje matematiku upotrebljavaju u postupku modeliranja problema ili kao alat za njihovo rješavanje. U pravilu su to struke u kojima nedostaje obrazovanih stručnjaka i velika je potražnja za njima – inženjerske struke, informatika i sl. Tu se otvara čitavo novu područje istraživanja u metodici, a to je metodika matematike za nematematičare. S druge strane, suočeni smo s izuzetno brzim razvojem informacijske i komunikacijske tehnologije koji utječe na sve ljudske djelatnosti, pa tako i na načine kako se i što se uči. Učenici i studenti su u današnje vrijeme povezani s globalnim izvorima informacija 24 sata dnevno 7 dana u tjednu i to se mora uzeti u obzir kad se odabire način poučavanja matematike, ali i iskoristiti kao motivaciju za učenje. U tom smislu matematičari moraju izaći iz svojih „kula od bjelokosti“ i iznaći nove modele u metodici matematike koji će biti primjereni novim trendovima, ali i poštovati odlike matematike kao discipline. U tom smislu se nadamo da i ovaj naš kolokvij na temu sinergije matematike i e-učenja daje svoj doprinos.

Nadalje, istraživanja u metodici matematike u Hrvatskoj su sustavno zanemarivana i kao rezultat toga u posljednje vrijeme mogu se uočiti vrlo negativni trendovi kod učenika i studenata vezano uz stavove prema matematici i motivaciji za učenje matematike. Mišljenja smo da promišljena upotreba e-učenja i u tom pogledu može dati pozitivne rezultate. Vjerujem da pri tome ne smijemo zaboraviti brojne učenike i studente s invaliditetom kojima upotreba tehnologije predstavlja ulaznicu u svijet obrazovanja i daje im mogućnost da budu kompetitivni na tržištu rada u svom budućem zanimanju.

Program kolokvija, pa tako i sadržaj ove knjige, sadrži prezentacije uspješnih e-kolegija koji su matematički orijentirani, alata koji se koriste u poučavanju matematike i matematičkom modeliranju, te znanstvene i stručne radove iz područja metodike matematike i e-učenja. U knjizi je opisano osam e-kolegija koji su međusobno različiti jer dolaze ne samo iz različitih institucija, već se razlikuju i po razini programa koji se poučava i po obrazovnim ciljevima koje ispunjavaju. Međutim, baš zbog toga svaki za sebe predstavlja malu školu e-učenja i poučavanja matematike.

Radovi na temu matematike i e-učenja tiskani u ovoj knjizi predstavljaju iskorak prema istraživanju u tom području i obrađuju teme stavova prema matematici i upotrebi tehnologije u poučavanju matematike, analiziraju kako povezati ishode učenja matematike, metode poučavanja, e-učenje i prolaznost studenata te istražuju kako kvantitativne metode iz teorije odlučivanja pomažu u identificiranju kriterija za najbolje e-kolegije. U knjizi je objavljeno osam znanstveno-stručnih radova i dani su prikazi dvaju postera. Kad već spominjem kriterije za dobre e-kolegije, ističem činjenicu da je e-kolegij Matematika 2 koji se predaje na Fakultetu organizacije i informatike, dobio prvu nagradu za najbolji e-kolegij na Sveučilištu u Zagrebu u akademskoj godini 2008./09. Ova nagrada pokazuje da i u općoj konkurenciji, matematika i e-učenje mogu predstavljati dobitnu kombinaciju.

Na kraju zahvaljujem svim članovima Programsko-organizacijskog odbora znanstveno-stručnog kolokvija, kao i svim entuzijastima koji su radili, prezentirali, diskutirali i družili se na temu Matematika i e-učenje u Dubrovniku krajem lipnja i početkom srpnja 2010. godine.

U Varaždinu, 8. lipnja 2010.

Prof.dr.sc. Blaženka Divjak

Predsjednica Programsko-organizacijskog odbora

## Sadržaj

### Znanstveno-stručni radovi

Begičević N., Divjak B., Hunjak T.:	
<i>Kriteriji za odabir najboljeg e-kolegija (AHP)</i> . . . . .	1
Divjak B., Brumec M., Peharda P.:	
<i>Stavovi prema matematici i korištenju novih tehnologija u nastavnom procesu</i> . . . . .	5
Kliček B., Đurđević I.:	
<i>Inteligentne metode u prilagodbi sustava elektoničkog učenja preferencama i stilovima učenja studenata</i> . . . . .	10
Erjavec Z.:	
<i>E-motivacija i matematika</i> . . . . .	13
Horvat D.:	
<i>Matematički alati na FOI</i> . . . . .	17
Jakuš M.:	
<i>GeoGebra na doktorskom studiju na FMF-u u Ljubljani</i> . . . . .	22
Mundar D.:	
<i>Simulacijski modeli predviđanja uspjeha studenata</i> . . . . .	25
Šuljić Š.:	
<i>GeoGebra – alat za e-učenje</i> . . . . .	28

### E-kolegiji

Czwyk Marić A.:	
<i>E-potencije</i> . . . . .	33
Divjak B., Brumec M.:	
<i>Matematika 2</i> . . . . .	39
Divjak B.:	
<i>Projektni ciklusi u znanosti i razvoju</i> . . . . .	43
Kraljević V., Rac-Marinić-Kragić E.:	
<i>E-tečaj GeoGebre</i> . . . . .	46
Mundar D.:	
<i>Financijska matematika</i> . . . . .	49
Pletenac L.:	
<i>Geometrijska grafika II</i> . . . . .	51
Rismondo K.:	
<i>Zlatni rez</i> . . . . .	53
Žugec B.:	
<i>Odabrana poglavlja matematike</i> . . . . .	56

### Poster

Divjak B., Horvat D., Žugec P.:	
<i>Primjeri studentskih radova u e-učenju</i> . . . . .	61
Pavleković M., Đurđević I., Perić A.:	
<i>Mala matematička škola i e-učenje</i> . . . . .	65





*Znanstveno-stručni kolokvij "Matematika i e-učenje"*  
Dubrovnik, 27.06. – 02.07.2010.

*Znanstveno-stručni radovi*



## Kriteriji za odabir najboljeg e-kolegija (AHP)

NINA BEGIČEVIĆ

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: nina.begicevic@foi.hr

BLAŽENKA DIVJAK

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: blazenka.divjak@foi.hr

TIHOMIR HUNJAK

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: tihomir.hunjak@foi.hr

### Sažetak

#### Analitički hijerarhijski proces (AHP)

Metoda Analitički hijerarhijski proces (engl. AHP – *The Analytic Hierarchy Process*) jedan je od najpoznatijih i u posljednjih dvadesetak godina najviše korištenih metoda za odlučivanje kada se proces odlučivanja, odnosno izbor neke od raspoloživih alternativa ili njihovo rangiranje, temelji na više kriterija koji imaju različitu važnost i koji se izražavaju pomoću različitih skala. Razvio ju je profesor Thomas Saaty 1980. godine [1]. AHP metoda pomaže donositeljima odluka da postave prioritete i donesu kvalitetnu odluku uzevši u obzir i kvalitativne i kvantitativne aspekte odluke. Primjenjuje se u odlučivanju, evaluaciji, alokaciji resursa, planiranju i razvoju, u područjima kao što su industrija, inženjerstvo, politika, obrazovanje te mnoga druga.

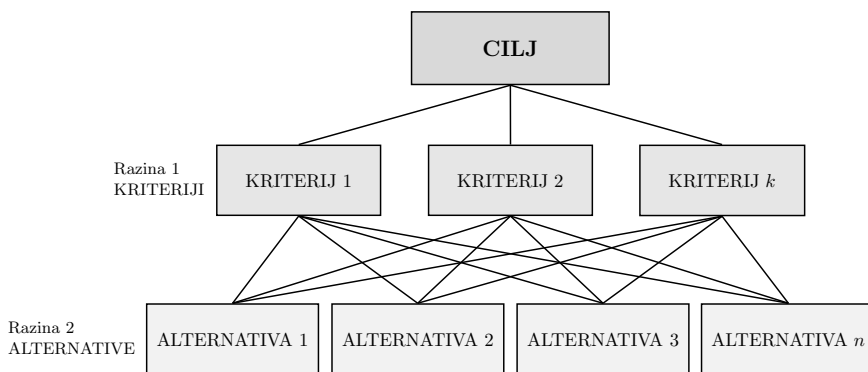
AHP metoda pruža podršku u strukturiranju problema i procesu donošenja odluke. Njenom primjenom omogućava se interaktivno kreiranje hijerarhije problema koja služi kao priprema scenarija odlučivanja, zatim se vrši uspoređivanje u parovima elemenata hijerarhije (ciljeva, kriterija i alternativa) u *top-down* ili *bottom-up* smjeru, te se na kraju vrši sinteza svih uspoređivanja i određuju se težinski koeficijenti svih elemenata hijerarhije (normiranje) [2].

AHP omogućava i interaktivnu analizu osjetljivosti. Preko analize osjetljivosti sagledava se kako promjene ulaznih podataka utječu na izlazne rezultate. U analizi osjetljivosti analizira se osjetljivost prioriteta alternativa na promjene u težinama kriterija. Ona se može izvesti iz cilja ili bilo kojeg drugog elementa u hijerarhiji kako bi se utvrdilo da li je rang lista alternativa dovoljno stabilna u odnosu na prihvatljive promjene ulaznih podataka.

Vrlo važna značajka u primjeni AHP metode je i provjera konzistentnosti procjena donositelja odluke. Tijekom uspoređivanja u parovima elemenata hijerarhije, sve do kraja procedure i sinteze rezultata, provjerava se konzistentnost procjena donositelja odluke i utvrđuje ispravnost dobivenih težinskih koeficijenata kriterija i prioriteta alternativa.

Primjena AHP metode može se objasniti u četiri osnovna koraka [1, 3]:

1. Razvije se hijerarhijski model problema odlučivanja s ciljem na vrhu, kriterijima i podkriterijima na nižim razinama, te alternativama na dnu modela. Na slici 1 prikazan je hijerarhijski model u dvije razine koju čine cilj, kriteriji i alternative.
2. Na svakoj razini hijerarhijske strukture u parovima se međusobno uspoređuju elementi te strukture, pri čemu se preferencije donositelja odluke izražavaju uz pomoć Saatyveve skale relativne važnosti koja ima 5 stupnjeva i 4 međustupnja verbalno opisanih intenziteta i odgovarajuće numeričke vrijednosti u rasponu od 1-9 (Tablica 1). Neparnim brojevima pridružene su osnovne vrijednosti, dok parni opisuju njihove međuvrijednosti. Ukoliko se želi preciznije izraziti razlika u važnosti elemenata mogu se koristiti i decimalne vrijednosti od 1.1 do 1.9.
3. Iz procjena relativnih važnosti elemenata odgovarajuće razine hijerarhijske strukture problema pomoću matematičkog modela izračunavaju se lokalni prioriteti (težine) kriterija, podkriterija i alternativa, koji se zatim sintetiziraju u ukupne prioritete alternativa. Ukupni prioritet pojedine alternative izračunava se tako da se zbroje njezini lokalni prioriteti ponderirani s težinama elemenata više razine.
4. Provodi se analiza osjetljivosti.



Slika 1: Hijerarhijski model – AHP struktura

### Grupno odlučivanje AHP metodom uz potporu alata Decision Lens

Programski alat *Decision Lens* [4] omogućuje provedbu metode AHP kroz nekoliko faza. U početnoj fazi vrši se interaktivno kreiranje hijerarhije problema

Tablica 1: Saaty-eva skala relativne važnosti [2]

Intenzitet važnosti	Definicija	Objašnjenje
1	Jednako važno	Dvije aktivnosti jednako doprinose cilju.
3	Umjereno važnije	Na temelju iskustva i procjena, daje se umjerena prednost jednoj aktivnosti u odnosu na drugu.
5	Strogo važnije	Na temelju iskustva i procjena, strogo se favorizira jedna aktivnost u odnosu na drugu.
7	Vrlo stroga, dokazana važnost	Jedna aktivnost izrazito se favorizira u odnosu na drugu, njezina dominacija dokazuje se u praksi.
9	Ekstremna važnost	Dokazi na temelju kojih se favorizira jedna aktivnost u odnosu na drugu, potvrđeni su s najvećom uvjerenljivošću.
2,4,6,8	Međuvrijednosti	
1.1–1.9	Decimalne vrijednosti	Pri usporedbi aktivnosti koje su po važnosti blizu jedna drugoj, potrebne su decimalne vrijednosti kako bi se preciznije izrazila razlika u njihovoj važnosti.

kao priprema scenarija odlučivanja, zatim se provodi vrednovanje u parovima elemenata hijerarhije (ciljeva, kriterija, podkriterija i alternativa) u top-down ili bottom-up smjeru te se na kraju vrši sinteza svih vrednovanja i po utvrđenom matematičkom modelu određuju se težinski koeficijenti svih elemenata hijerarhije.

Svaki sudionik unosi individualne procjene u sustav, a sinteza individualnih procjena vrši se izračunavanjem geometrijske sredine. Ukoliko donositelji odluka imaju različiti utjecaj na konačnu odluku, taj utjecaj je potrebno izraziti preko koeficijenta važnosti svakog donositelja odluke te njihove procjene ponderirati tim koeficijentom važnosti. Omogućuje se i provjera konzistentnosti rezoniranja donositelja odluke i utvrđivanje ispravnosti rangova alternativa i težinskih vrijednosti kriterija i podkriterija.

Grupno odlučivanje uz potporu alata Decision Lens je moguće sprovesti na tri načina [5]:

1. Unosom procjena sudionika u sustav preko razvijenog modela – neograničeni broj sudionika

2. Preko bežičnih daljinskih upravljača – grupno donošenje odluka za 10-15 sudionika
3. Preko EC Decision Portala – grupno donošenje odluka za neograničeni broj sudionika.

### **Kratki opis zadatka – *Kriteriji za odabir najboljeg e-kolegija***

AHP model koji će se razviti i evaluirati u okviru ove radionice, služiti će kao potpora u donošenju odluke o najboljem e-kolegiju po više kriterija i podkriterija. Sudionici radionice će brainstormingom definirati kriterije i podkriterije koji su relevantni u vrednovanju e-kolegija, kreirati će se AHP model u alatu *Decision Lens* te će se grupnim odlučivanjem validirati razvijeni model. U obzir će se uzeti i kriteriji koji su razvijeni na pojedinim sveučilištima u svrhu ocjene e-kolegija pri nagrađivanju najboljih e-kolegija. Postupkom uspoređivanja u parovima na kojem se temelji AHP metoda, sudionici grupnog odlučivanja će unositi svoje preferencije i kao rezultat dobit će se težinski koeficijenti kriterija i prioriteta vrednovanih e-learning kolegija.

### **Literatura**

- [1] Saaty T. L., *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw Hill Company, New York (1980).
- [2] Saaty T. L., Vargas L. G., *The Logic of Priorities*, The Analytic Hierarchy Process Series Vol. III, RWS Publications, USA (1991).
- [3] Begičević N., Divjak B., Hunjak T., *Prioritization of e-learning forms: a multicriteria methodology*, Central European Journal of Operations Research (2007), 1. – 15.
- [4] Decision Lens, <http://www.decisionlens.com/>, (1.6.2010.)
- [5] Begičević N., *Višekriterijski modeli odlučivanja u strateškom planiranju uvođenja e-učenja*, doktorska disertacija, 2008., Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu.

# Stavovi prema matematici i korištenju novih tehnologija u nastavnom procesu

BLAŽENKA DIVJAK

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: blazenka.divjak@foi.hr

MIRELA BRUMEC

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike,  
e-mail: mirela.brumec@foi.hr

PETRA PEHARDA

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: petra.peharda@foi.hr

## Sažetak

U ovom sažetku koristit ćemo se rezultatima ankete o stavovima prema matematici koja je provedena na predmetu Matematika 2 u akademskoj godini 2008./09. na studentima ( $N = 234$ ) prve godine preddiplomskog studija Informacijski i poslovni sustavi na FOI-u, zatim ćemo opisati motivaciju za proučavanje stavova te navesti rezultate.

### Virtualno okruženje za učenje na predmetu Matematika 2

Predmet Matematika 2 je predmet na prvoj godini studija i on je jedan od primjera mješovitog učenja. U akademskoj godini 2008./09. predmet Matematika 2 dobio je Nagradu za najbolji e-kolegij na Sveučilištu u Zagrebu. Virtualno okruženje za učenje na predmetu opisano je u proširenom sažetku E-kolegij Matematika 2, te se određeni elementi mogu naći u [3].

### Motivacija za istraživanje o stavovima prema matematici

U posljednje tri godine istraživali smo da li postoje i koje su razlike između studenata i studentica na studiju informatike, a da se odnose na usvajanje znanja i vještina iz matematike. Razlog ovim istraživanjima bila je niska prolaznost studenata na matematičkim predmetima (prije Bolonjskog procesa) što je ujedno za studente često značilo i odustajanje od studiranja, te mali broj upisanih studentica (oko 20%) na Fakultet. Nakon niza promjena u strukturi i izvođenju matematičkih predmeta prolaznost se podigla [2]. Daljnjim istraživanjima utvrđeno je da ne postoji statistički značajna razlika u predznanju iz matematike kod studentica i studenata, te da studentice uče 1,5 sati tjedno više nego studenti, da imaju u prosjeku bolje ocjene iz matematike na kraju semestra, da je prolaznost studentica iz matematike veća (oko 1,5 puta) od prolaznosti studenata, ali kad ih se pitalo "kakvu ocjenu očekuju na kraju semestra", one su imale pesimističnija očekivanja nego studenti (više u [4]). Pitanja koja se nameću su: *da li je uspjeh iz matematike povezan sa stavom prema matematici, da li upotreba novih tehnologija u nastavnom procesu utječe*

na stav prema matematici i na uspjeh, što studenti osjećaju prema matematici te kako se ponašaju u nastavi matematike.

### Neka istraživanja o stavovima

Stav prema matematici je zadana predispozicija o tome što učenik misli, osjeća, opaža i kako se ponaša prema matematici [7]. Vele i Leder [10] definiraju stavove učenika prema matematici kao percepciju njihovog uspjeha i njihove težnje da uspiju u disciplini. Postoje mnoga istraživanja koja povezuju stavove prema matematici s raznim elementima, kao što su stilovi učenja [7], motivacija, uspjeh, kvocijent inteligencije, upotreba računala u nastavi matematike, ponašanje pri učenju matematike. Moenikia i Zahed-Babelan [6] proveli su istraživanje na 33 982 srednjoškolaca i otkrili da se pomoću stava kojeg učenici imaju prema matematici i njihovog kvocijenta inteligencije može predvidjeti uspjeh, a da motivacija (u kombinaciji sa stavom prema matematici i kvocijentom inteligencije) značajno ne utječe na predviđanje uspjeha. Galbraith i Haines [5] identificirali su stavove i ponašanja kroz dimenzije pouzdanja (*confidence*), motivacije i angažmana (*engagement*), a s obzirom na matematiku, računala i međudjelovanje među njima, kao važne utjecaje na učenje matematike uz pomoć matematičkih alata. Pierce, Stacey i Barkatsas [8] pronašli su da pouzdanje u matematičke sposobnosti, pouzdanje u upotrebu tehnologije, stav prema učenju matematike uz pomoć tehnologije, afektivni i bihevioralni angažman doprinosi učinkovitosti u procesu učenja. Barkatsas, Kasimatis, Gialamas [1] došli su do rezultata da srednjoškolski učenici s višim uspjehom iz matematike pokazuju viši stupanj pouzdanja u svoje matematičke sposobnosti, strogo pozitivni stupanj afektivnog i bihevioralnog angažmana, ne oslanjaju se toliko u svoju sposobnost upotrebe računala, a imaju pozitivan stav prema upotrebi računala u učenju matematike. Autori to objašnjavaju time da ti učenici žele poboljšati svoju učinkovitost kroz korištenje tehnologije. No i učenici s negativnim stavom prema matematici, lošim uspjehom, niskim stupnjem pouzdanja u svoje matematičke sposobnosti i niskim stupnjem afektivnog i bihevioralnog angažmana imaju pozitivan stav prema učenju matematike uz pomoć računala te pokazuju pouzdanje u svoju sposobnost upotrebe tehnologije. Reed, Drijvers i Kirschner [9] otkrili su da pozitivan stav prema korištenju matematičkih alata ima i negativnu posljedicu, a to je da su učenici (osnovnoškolci – 7. i 8. razred) koji su imali višu obrazovnu razinu i pozitivniji stav prema korištenju alata postigli slabije rezultate na testovima. Autori to potkrjepljuju time da učenici koji su jako zainteresirani za alate često ne mogu uspostaviti učinkovitu i objektivnu kontrolu nad njima, od onih učenika koji nisu toliko zainteresirani za tehnologiju.

### Mjerni instrument za stavove

Za proučavanje stavova, odlučili smo se za MTAS (*Mathematics and Technology Attitude Scale*) koju su kreirali Pierce, Stacey i Barkatsas [8] kombini-



ranu sa Attitude toward mathematics scale od Ohruna [7], a kreirali smo i vlastite tvrdnje koje ispituju stav prema e-učenju u matematici, što će biti pokazano u prezentaciji. MTAS ima 5 mjernih ljestvica: pouzdanje u matematičke sposobnosti (*mathematics confidence* = MC), pouzdanje u sposobnost upotrebe tehnologije (*confidence with technology* = CT), stav prema korištenju tehnologije u učenju matematike (*attitude towards use of technology for learning mathematics* = MT), afektivni angažman (*affective engagement* = AE) i bihevioralni angažman (*behavioural engagement* = BE).

## Rezultati

Nakon konfirmatorne faktorske analize, dobili smo da je stav prema e-učenju novi faktor koji se razlikuje od pouzdanja u sposobnost upotrebe tehnologije i kao takav treba naći svoje mjesto u teoretskom modelu stavova prema matematici.

U skladu s našim očekivanjima, studenti koji su položili Matematiku 2 imaju pozitivniji stav o tome kakve rezultate postižu iz matematike od onih koji nisu položili predmet. Nadalje, 80 % onih koji su položili predmet slaže se s tvrdnjom *"Mogu postići dobre rezultate u matematici"*, dok se 40 % onih koji nisu položili predmet također slaže s tom tvrdnjom. Slično je s pouzdanjem u svoje matematičke sposobnosti. Oko 75 % studenata koji su položili predmet slaže se s tvrdnjom *"Pouzdam se u svoje matematičke sposobnosti"*, dok se 34 % onih koji nisu položili također slaže s tvrdnjom. Dakle, studenti koji se pouzdaju u svoje matematičke sposobnosti i koji su sigurni u ono što rade, postižu bolje rezultate iz matematike. Valja naglasiti da je anketa provedena prije nego su bili poznati rezultati o prolaznosti studenata na predmetu. To se podudara s rezultatima dobivenima u [1]. To isto pokazuje i korelacija između stavova povezanih sa matematičkim sposobnostima (MC) i uspjehom (u ovisnosti o tome da li je student položio Matematiku 2 kroz kolokvije, na ispitu ili nije položio), što će biti pokazano na prezentaciji.

Da učenje matematike pričinjava zadovoljstvo misli samo 30 % onih koji su položili predmet, dok se 30 % njih ne slaže. Kod studenata koji nisu položili predmet 19 % se slaže s tvrdnjom *"Učenje matematike mi pričinjava zadovoljstvo"*, dok se 46 % studenata ne slaže s tom tvrdnjom. Iako naši studenti nisu odabrali FOI zbog matematike, ipak jedan dio njih ima unutarnju motivaciju za učenje matematike.

Nadalje, oko 75 % studenata koji su položili Matematiku 2 isprobavaju različite ideje ako ne znaju riješiti problem, dok tek 60% onih koji nisu položili pokušavaju to isto.

Što se tiče pouzdanja u upotrebu tehnologije, tu su obje grupe studenata dale slične odgovore na tvrdnju *"Dobro upotrebljavam informatičku tehnologiju"*. Također, obje grupe studenata su dale vrlo slične odgovore i na tvrdnju *"Matematika je interesantnija kad se upotrebljava informatička tehnologija za"*

izradu modela, prezentacija, rješavanje zadataka". Zanimljivo je opet to da je u odgovorima na te dvije tvrdnje nešto više studenata koji nisu položili predmet odgovorilo pozitivnije na zadane tvrdnje. Stav studenata prema vlastitoj sposobnosti primjene tehnologije kod studenata koji nisu položili predmet podudara se sa rezultatima istraživanja iz [1]. Da i jedni i drugi studenti imaju pozitivan stav prema sposobnosti upotrebe tehnologije ne iznenađuje, jer su odabrali studij informatike. Opet, zanimljiv je i odgovor na tvrdnju "Moodle mi pomaže da bolje naučim matematiku", gdje se odgovori razlikuju – oni studenti koji su položili predmet smatraju da je njima Moodle u većoj mjeri pomogao u učenju nego studentima koji nisu položili predmet. To se podudara s grafom koji pokazuje korelaciju aktivnosti na Moodle-u tijekom semestra s uspjehom (u ovisnosti o tome da li je student položio Matematiku 2 kroz kolokvije, na ispitu ili nije položio), što će biti pokazano na prezentaciji.

## Literatura

- [1] Barkatsas A., Kasimatis K., Gialamas V., *Learning secondary mathematics with technology: Exploring the complex interrelationship between students' attitudes, engagement, gender and achievement*, Computers & Education 52 (2009), 562. – 570.
- [2] Divjak B., Erjavec Z., *Enhancing Mathematics for Informatics and its correlation with student pass rates*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 39(1) (2006), 23. – 33.
- [3] Divjak B., Ostroški M., *Learning outcomes in mathematics: case study of their implementation and evaluation by using e-learning*, The second international scientific colloquium Mathematics and Children (Learning outcomes). Monography. Margita Pavleković (ur.), Zagreb, Element (2009), 65. – 76.
- [4] Divjak B., Ostroški M., Vidaček-Hainš V., *Sustainable student retention and gender issues in mathematics for ICT study*, International journal of mathematical education in science and technology 41(3) (2010), 293. – 310.
- [5] Galbraith P., Haines C., *Disentangling the nexus: attitudes to mathematics and technology in a computer learning environment*, Educational Studies in Mathematics, 36 (1998), 275. – 290.
- [6] Moenikia M., Zahed-Babelan A., *A study of simple and multiple relations between mathematics attitude, academic motivation and intelligence quotient with mathematics achievement*, Procedia Social and Behavioural Sciences, 2 (2010), 1537. – 1542.

- 
- [7] Orhun N., *An investigation into the mathematics achievement and attitude towards mathematics with respect to learning style according to gender*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 39(3) (2007), 321. – 333.
- [8] Pierce R., Stacey K., Barkatsas A., *A scale for monitoring students' attitudes to learning mathematics with technology*, Computers & Education, 48 (2007), 285. – 300.
- [9] Reed H. C., Drijvers P., Kirchner P. A., *Effects of attitudes and behaviours on learning mathematics with computer tools*, Computers & Education, 55 (2010), 1. – 15.
- [10] Vale M.C., Leder G., *Student Views of Computer-based Mathematics in the Middle Years: Does Gender Make a Difference?* Educational Studies in Mathematics, 56 (2004), 287. – 312.

# Inteligentne metode u prilagodbi sustava elektroničkog učenja preferencama i stilovima učenja studenata

BOŽIDAR KLIČEK

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: bozidar.kliccek@foi.hr

IVANA ĐURĐEVIĆ

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Učiteljski fakultet  
e-mail: idjurdje@mathos.hr

## Sažetak

Ovaj rad donosi prikaz doktorske disertacije "Inteligentne metode u prilagodbi sustava elektroničkog učenja preferencama i stilovima učenja studenata" koja je orijentirana na osvješćivanje edukatora prilikom kreiranja sadržaja nastavnih materijala za elektroničko učenje. Kreirani materijali bili su prilagođeni stilovima učenja studenata i sklonostima studenata prema korištenju tehnologije za obrazovanje. Za detekciju dominantnog stila učenja studenata u disertaciji je korišten znanstveno potvrđen indeks stila učenja Feldera i Solomonove, odnosno primijenjena je njegova verzija na hrvatskom jeziku, koji po modelu stila učenja Feldera i Silvermanove (eng. izraz: Felder-Silverman learning style model (FSLSM)), promatra sklonost ispitanika prema 4 dimenzije (aktivno/refleksivna dimenzija, senzorno/intuitivna dimenzija, vizualno/verbalna dimenzija i sekvencijalno/globalna dimenzija) i opisuje stil učenja pojedinca po sklonostima prema tim dimenzijama. Promatrali su se ispitanici koji imaju izrazitu ili umjerenu sklonost prema nekoj dimenziji. U istraživanju je sudjelovalo 320 ispitanika sa Sveučilišta Josip Juraj Strossmayer u Osijeku koji su bili podjeljeni u dvije po veličini podjednake skupine: osnovnu i kontrolnu skupinu. Osnovna skupina učila je iz personaliziranih materijala, a kontrolna iz nepersonaliziranih materijala. Uspješnost ispitanika mjerena je prosječnom ocjenom koju su ispitanici dobili na završnom testiranju.

Disertacija je provjerila poboljšava li se uspješnost studenata kod elektroničkog učenja kreiranjem prilagođenih materijala pojedinim skupina studenata u skladu s njihovim stilovima učenja te je li moguće kreirati uspješan model neuronske mreže pomoću kojeg bi se predvidjela uspješnost studenata u svladavanju gradiva, ukoliko su poznati podatci o stilu učenja studenata, demografski podatci, podatci o uspjehu studenata, iskustvu rada na računalu, preferirane tehnologije poučavanja te preference studenata prema materijalu iz kojeg uče. Testirane su različite arhitekture neuronskih mreža (mreža višeslojni perceptron (MLP), mreža s radijalno zasnovanom funkcijom (RBF), vjerojatnostna mreža (PNN) i mreža učeće vektorske kvantizacije (LVQ)), a najbolji

rezultat dobiven je upotrebom vjerojatnostne mreže. S ciljem optimizacije rezultata, odnosno povećanja učinkovitosti neuronskih mreža, upotrijebljen je genetički algoritam za izbor varijabli. Genetički algoritam je pažljivom procjenom potencijalnih ulaznih podataka neuronskih mreža indicirao koji podatci nisu pogodni za ulazne podatke modela neuronskih mreža. Usporedba modela neuronske mreže s drugim modelima (model logističke regresije i stabla odlučivanja) pokazala je da ne postoji statistički značajna razlika između ukupne stope točnosti klasificiranja između modela neuronske mreže i modela logističke regresije te između modela neuronske mreže i modela stabla odlučivanja za klasifikaciju, no da postoji statistički značajna razlika između ukupne stope točnosti klasificiranja između modela logističke regresije i modela stabla odlučivanja za klasifikaciju. Proučile su se i greške tipa I (greška prihvatanja neuspješnih studenata kao uspješnih) i II (greška odbijanja uspješnih studenata kao neuspješnih) testiranih modela koje su pokazale da model neuronske mreže ima najmanju grešku I. tipa (16.67%), a model stabla odlučivanja za klasifikaciju najmanju grešku drugog tipa (0%), dok model logističke regresije od sva tri testirana modela ima najveće greške I. i II. tipa (53.33% i 37.50%).

U disertaciji je pokazano da je moguće kreirati, na danom uzorku i s primijenjenim kriterijem uspješnosti ispitanika, uspješan model neuronskih mreža s pomoću kojeg bi se predvidjela uspješnost studenata u svladavanju gradiva, ukoliko su poznati dodatni podatci o studentu. Rezultati su pokazali da upotreba određenog materijala za učenje koji odgovara dominantnom stilu učenja studenata detektiranim indeksom stila učenja Feldera i Solomanove potiče povećanje studentskog potencijala te utječe na uspješnost učenja studenata. Uvidjelo se da redovita upotreba tehnologije prilikom rješavanja svakodnevnih obveza te dobro predznanje studenata također povećavaju mogućnost uspješnosti studenata. Kreirani model neuronskih mreža uspješno klasificira studente prema uspješnosti svladavanja gradiva, no test razlike u proporcijama i McNemarov test su pokazali da izvedbom model neuronskih mreža značajno ne odudara od logističke regresije i modela stabla odlučivanja za klasifikaciju s kojima je bio uspoređen. Iako je model stabla odlučivanja za klasifikaciju postigao bolju ukupnu stopu točnosti klasifikacije, model neuronske mreže pokazao je najmanju grešku I. tipa i time dala prednost korištenju modelu neuronske mreže kao jakog selektora u slučajevima kad nam ne odgovara prihvaćati neuspješne studente kao uspješne.

U budućim istraživanjima preporuča se uz proširenje metodologije drugih tehnikama umjetne inteligencije i statističkim metodama napraviti dugotrajnije istraživanje koje će pratiti uspješnost studenata kroz ostale metode temeljene na suradničkom radu (izradi portfelja, eseja), kako bi se prikupilo više informacija o studentima i dobio model koji će imati veću mogućnost generalizacije.

**Ključne riječi:** neuronske mreže, stabla odlučivanja, logistička regresija, uspješnost studenata, stil učenja.

## Literatura

- [1] Al Hamad A., Yaacob N., Al-Zoubi A. Y., *Integrating "Learning Style" Information into Personalized e-Learning System*, IEEE Multidisciplinary Engineering Education Magazine Vol. 3(1) (2008).
- [2] Chen C.-M., Duh L.-J., *Personalized web-based tutoring system based on fuzzy item response theory*, Expert Systems with Applications Vol. 34 (2008), 2298. – 2315.
- [3] Danko I., Zekić-Sušac M., *Model neuronske mreže za predviđanje ciljne kamatne stope državnih rezervi*, Ekonomski vjesnik Vol. 19(1 i 2) (2007), 23. – 30.
- [4] Divjak B., Begičević N., *Imaginative acquisition of knowledge – strategic planning of e-learning*, ITI 2006, Cavtat, Croatia (2006).
- [5] Divjak B., Oreški D., *Prediction of academic performance using discriminant analysis*, ITI 2009, Cavtat, Hrvatska (2009), 225. – 230.
- [6] Felder R., Silverman L., *Learning and teaching styles in engineering education*, Engineering Education 78(7) (1988), 671. – 688.
- [7] Felder R.M., Soloman B.A., *Index of Learning Style Questionnaire*, <http://www.engr.ncsu.edu/learningstyles/ilsweb.html> (1.6.2010.)
- [8] Felder R.M., Spurlin J., *Applications, Reliability and Validity of the Indeks of Learning Styles*, Int. J. Engng Ed. Vol. 21(1) (2005), 103. – 112.
- [9] Klicek B., Zekic Susac M., *Toward Integrated and Revised Learning Styles Theory Supported by Web and Multimedia Technologies*, ELSIN 2003 Proceedings of the 8th Annual ELSIN Conference Hull (2003), 391. – 410.
- [10] Kliček B., *Modeli i procedure inteligentnog sustava za personalizaciju multimedijских prezentacija*, Medijska istraživanja: znanstveno-stručni časopis za novinarstvo i medije Vol. 2 (1998), 173. – 198.
- [11] Popescu E., *An Artificial Intelligence Course Used to Investigate Students' Learning Style*, F. Li et al., ICWL 2008 LNCS 5145, (2008), 122. – 131.

## E-motivacija i matematika

ZLATKO ERJAVEC

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: zlatko.erjavec@foi.hr

### Sažetak

Uvažavajući kompleksnost matematike kao discipline koja podrazumijeva predan i konstantan rad, polazimo od pretpostavke da je motivacija jedan od ključnih čimbenika za uspjeh u matematici. Motivacija za ovaj članak bila je naći odgovor na pitanje „Može li se sustav za e-učenje iskoristiti u dodatnom motiviranju studenata za matematiku? Mišljenja smo da iako su ruke djelomice vezane, nešto se ipak može učiniti. Svjesni činjenice da sama uporaba tehnologije ne može podići motivacijski nivo studenata, razmotrit ćemo sve relevantne faktore koji općenito utječu na motivaciju u nastavi matematike i pokušati iskoristiti tehnologiju sustava za e-učenje kako bi postojeći motivacijski potencijal multiplicirali.

### Čimbenici bitni za motivaciju u matematici

#### 1. *Nastavnik matematike*

Nedvojbeno najvažnija karika u procesu motivacije učenika i studenata je nastavnik. Poznata je misao: „Uz dobrog profesora i gradivo je lakše.“ Dakle, smatramo da ukoliko nastavnik svojim primjerom i entuzijazmom ne motivira studente, uporaba tehnologije same po sebi, to sigurno neće napraviti. Studenti jako dobro prepoznaju nastavnika koji je motiviran, koji im pokušava pomoći, koji je stručan i koji i na njih pokušava prenijeti dio svojeg entuzijazma. To posebno dolazi do izražaja u direktnoj komunikaciji nastavnika i studenata tijekom nastave, gdje uz dobru retoriku, pomoću efektne i primjerene prezentacije i uz pažljivo odabrane primjere, slike i animacije, nastavnik može probuditi interes studenata za predmet. Na sve osobine dobrog nastavnika podsjetit ćemo citatom iz [1]: „Strpljivost, upornost, maštovitost, vedar duh, sklonost za šale, stvaranje vedrog i radnog ozračja, komunikativnost, nenametljivo vođenje razgovora, poticanje na postavljanje pitanja, pravovremeno otkrivanje matematičkih sposobnosti učenika i njihovo razvijanje, poticanje na samostalan i stvaralački rad, njegovanje grupnog rada, otvorenost prema idejama učenika, primjereno i poticajno ocjenjivanje, razvijanje samopouzdanja učenika. Iako je iluzorno očekivati da pomoću sustava za e-učenje bitno razvijamo neke od navedenih osobina, sustav za e-učenje može nam pomoći da neke od njih istaknemo. O načinu na koji te osobine možemo istaknuti putem sustava za e-učenje konkretno ćemo govoriti u nastavku teksta navodeći druge faktore bitne za motivaciju u nastavi matematike. Naravno, sve izrečeno o dodatnom motiviranju putem sustava za e-učenje gubi smisao, ukoliko se ispostavi da nastavnik sam ne koristi ili rijetko koristi sustav za e-učenje.

## 2. Domaće zadaće

Domaće zadaće predstavljaju neizostavni dio nastave matematike na bilo kojoj razini i mišljenja smo da sustav za e-učenje može biti od velike pomoći nastavniku u provođenju i vrednovanju kontinuiranog praćenja rada studenata kroz domaće zadaće. Svaki riješeni zadatak (pa čak i neriješeni problem) može dodatno motivirati studente pri čemu ključnu ulogu u tom procesu motivacije ima primjerenost zadataka (težina zadataka, vrijeme za pristup zadacima i rješavanje). Zadaci moraju biti izabrani pažljivo, na način da studentima nisu ponuđeni prelagani, a ni preteški zadaci, jer bi u oba spomenuta slučaja postigli baš suprotan učinak. Naravno, za nas kao nastavnike, najveći je problem što treba uložiti puno vremena za stvaranje baze zadataka koja će uključivati zadatke različitih tipova i težina. Nakon formiranja baze, potencijalna opasnost od prepisivanja je minimalna obzirom na širinu baze i nasumični izbor zadataka, a opasnost se kroz nadogradnju baze zadataka tijekom idućih godina još i smanjuje. Također treba spomenuti da pretpostavku za učinkovitu primjenu ove aktivnosti putem sustava za e-učenje, predstavljaju studentima detaljno pojašnjeni postupci interakcije s računalom vezani uz način odgovaranja na određene tipove zadataka, načina unošenja i forma rezultata i sl. Pristup koji će dodatno motivirati studente (ili ih barem neće demotivirati) podrazumijeva mogućnost samostalnog odabira određenog broja zadataka u okviru šireg skupa ponuđenih (pretpostavka je da zadatke kategoriziramo po sadržaju i težini), vođenje računa o psihološkom učinku bodovne skale domaćih zadaća (mora biti takva da ne djeluje demotivirajuće) te eventualno razmisliti i o mogućnosti da studenti sami sastavljaju zadatke. Poželjno je da nastavnik kratko analizira rezultate zadaće i po potrebi, ukoliko je zabilježena slaba uspješnost u rješavanju, komentira pojedine zadatke na nastavi.

## 3. Ocjenjivanje

Kao i u drugim predmetima, ocjenjivanje predstavlja najosjetljiviji dio nastave stoga ono mora biti pravedno, pravovremeno, transparentno i prema unaprijed utvrđenim pravilima. Sva navedena svojstva sustav za e-učenje podržava, na način da je za određene aktivnosti koje se odvijaju direktno u sustavu (domaće zadaće, kratke provjere i sl.) ocjena trenutno dostupna i objektivna (obzirom da ispravak vrši sustav, a ne nastavnik). Naravno, u slučaju da iz bilo kojeg razloga sustav zakaže (nedostupnost adrese, kidanje veze, pogreška u rješenjima i sl.), nastavnik treba biti spreman popraviti grešku, kako studenti ne bi bili zakinuti.

## 4. Historicismi

Poznato je da historicizmi mogu imati pozitivnu ulogu u motiviranju studenata, a sustav za e-učenje je kao stvoren da nas svakodnevno, tjedno ili mjesečno podsjeća na godišnjice znanstvenih otkrića, anegdote velikih matematičara ili matematičke zanimljivosti iz povijesti. Također, u uvodu pojedinih tema moguće je dati kratki povijesni pregled razvoja neke matematičke ideje ili čak



cijele grane matematike. Sve navedeno može dodatno zainteresirati ili zaintrigirati studente za gradivo koje svladavaju ili će svladavati.

##### *5. Motivacijski i zabavni zadaci*

Motivacijski i zabavni zadaci također imaju svoju ulogu u približavanju matematičkih sadržaja studentima. Smisao motivacijskih zadataka je da dodatno zaintrigiraju studente za gradivo koje ih očekuje, bilo kroz naglašavanje potencijalnih primjena tog gradiva, bilo kroz ljepotu matematičkih dokaza i načina zaključivanja. S druge strane, zabavnim je zadacima cilj ublažiti predodžbu o matematici kao dosadnoj i suhoparnoj disciplini. Zabavni zadaci trebaju biti dani kroz jednostavne formulacije, duhovite priče i eventualno lijepe ilustracije. Razne igre s brojevima, matematičke križaljke, kriptogrami i sl. mogu se prilagoditi gotovo svim matematičkim sadržajima, a sustav za e-učenje učinit će ih dostupnim studentima u bilo koje vrijeme koje njima odgovara. Poznato je da usporedba sa kolegama na drugim sveučilištima može biti dobar motiv za studente, tako da prezentacije matematičkih zadataka ili cijelih ispita matematičkih predmeta s eminentnih stranih sveučilišta može dodatno zainteresirati naše studente. Dovoljno je putem sustava za e-učenje na stranicama predmeta staviti poveznicu na željene sadržaje (treba voditi računa o dozvoli!).

##### *6. Korištenje matematičkih alata*

Situaciju u kojoj su se u odnosu na nastavu matematike prije dvadesetak godina nalazila džepna računala sada se nalaze stolna i prijenosna računala. Nedvojbeno je da će jednog dana nastavi biti nezamisliva bez puno šire primjene računala, stoga smo kao nastavnici već sad dužni uputiti studente u mogućnosti koje pružaju razni matematički alati ili programi (poput *Geogebra*, *Geometer's Sketchpada*, *Matlaba*, *Mathematice*, *MikTexa* i sl.). Naravno, razlikovat ćemo alate koji predstavljaju sastavni dio nastavnog plana i kojima studenti obavezno moraju ovladati, i one koji ne spadaju u tu kategoriju. Ovdje govorimo o ovim drugima, koji nisu obavezni, a često mogu dodatno zainteresirati studente. Sustav za e-učenje nam omogućava da studentima nenametljivo prezentiramo širok spektar osnovnih svojstava raznih alata i jednostavnije primjere njihova korištenja u rješavanju konkretnih matematičkih zadataka i problema. To je posebno važno za studente našeg fakulteta, koji kao budući informatičari moraju biti spremni na korištenje bilo kakvih novih aplikacija koje će se u budućnosti pojavljivati (ili će ih možda sami kreirati). Pri tome ne treba pretjerivati s opterećenjem studenata, dovoljno je od svih studenata tražiti osnovno snalaženje i primjenu pojedinih alata, ali i omogućiti zainteresiranijima i upornijima da dalje razvijaju svoje vještine u radu s pojedinim alatima.

##### *7. Matematički projekti*

Od svih navedenih faktora važnih za motivaciju (osim nastavnika), iskustvo nam govori da jedino matematički projekti mogu bitno pojačati interes stude-

nata za određeni matematički sadržaj. Da bi do toga došlo, projektni zadatak mora biti dobro osmišljen i prezentiran studentima na način da studentima s jedne strane mora biti potpuno jasno što trebaju raditi, a da im je s druge strane ostavljeno dovoljno prostora i slobode kako bi mogli realizirati svoju kreativnost, primjenjujući matematička znanja stečena na predmetu. Iako većina studenata na početku ne vidi preveliku korist od takvog načina rada, njihova motivacija tijekom rada na projektu raste. U anketama na kraju godine studenti često izražavaju da je najkorisniji dio kolegija bio upravo rad na projektnom zadatku, jer su tek tada shvatili važnost matematičkih sadržaja koje uče tijekom godine. Obzirom da rad na projektu zahtijeva učestalu interakciju studenata i nastavnika te studenata međusobno, sustav za e-učenje je gotovo idealan za vođenje takve vrste nastave. Od zadavanja zadataka, formiranja grupa, prijavljivanja grupa, komunikacije nastavnika i studenata, komunikacije studenata međusobno, pa do predaje i ocjene projekata. Gotovo sve je moguće bez direktnog kontakta, ali učestalom komunikacijom putem foruma unutar sustava za e-učenje.

### **Zaključak**

Matematika kao specifična disciplina, na putu do uspjeha traži samostalan, sistematičan i neprekidan rad. Motivacija i interes studenata u tome ima odlučujuću ulogu te je stoga ljepotu matematičkih ideja, djelotvornost matematičkih metoda i veličinu matematičkih dostignuća potrebno prezentirati ne samo u direktnoj komunikaciji nastavnika i studenata nego i na druge načine, uključujući sustav za e-učenje.

### **Literatura**

- [1] Kurnik Z., *Motivacija*, Matematika i škola **31**, Element, Zagreb (2005).
- [2] FOI sustav za e-učenje, <http://elf.foi.hr/>, (24.3.2010.)

# Matematički alati na FOI

DAMIR HORVAT

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: damir.horvat1@foi.hr

## Sažetak

Na predmetima "Odabrana poglavlja matematike" i "Diskretne strukture s teorijom grafova" studenti koriste razne alate i programske jezike za rješavanje praktičnih problema u čijoj pozadini, u većoj ili manjoj mjeri, stoji neka matematička teorija. Praktični problemi se zadaju u obliku praktičnih zadataka i projekata. Kod projekata studenti se sami raspoređuju u timove od troje ljudi i sami biraju alate kojima će riješiti zadani problem. Na predmetu "Odabrana poglavlja matematike" nastavnik sam zadaje projekte, a svaki tim bira neki od ponuđenih slobodnih projekata kojeg još nije rezervirao niti jedan drugi tim. Na predmetu "Diskretne strukture s teorijom grafova" je situacija malo drugačija jer timovi sami osmišljaju projekte jedni drugima, a nastavnik na kraju raspoređuje projekte po timovima tako da niti jedan tim ne rješava svoj osmišljeni problem. Kod rješavanja praktičnih zadataka studentima je unaprijed određeno u kojem alatu ju moraju riješiti. Pritom se uglavnom prakticira korištenje freeware i open source alata, a u manjoj mjeri i nekih komercijalnih alata i to uglavnom *Mathematica* [17]. U ovom radu posvetit ćemo pažnju upravo praktičnim zadacima i alatima koje studenti moraju koristiti za njihovo rješavanje na predmetima "Odabrana poglavlja matematike" i "Diskretne strukture s teorijom grafova".

## Odabrana poglavlja matematike

Na predmetu "Odabrana poglavlja matematike" studenti imaju na raspolaganju četiri praktične zadatke od kojih moraju riješiti dvije po vlastitom izboru. U nastavku slijedi opis svake pojedine zadatke i alata s kojim se ona mora riješiti.

### GeoGebra i Archimedes Geo3D

GeoGebra [4] je besplatni matematički alat za proučavanje euklidske geometrije ravnine. Pomoću tog alata je moguće na računalu vršiti sve konstrukcije u euklidskoj ravnini koje se mogu izvesti pomoću ravnala i šestara, ali i još mnogo drugih stvari koje nisu direktno vezane za geometriju, već za matematičku analizu i algebru (integriranje, deriviranje, računanje zakrivljenosti ravninske krivulje, mjerenje udaljenosti, ...). Ljepota tog alata je u tome što omogućuje odvijanje svih radnji na dinamički način, tj. micanjem konstruiranih objekata čuvaju se odnosi među njima i automatski se mijenjaju sve izračunate numeričke vrijednosti (udaljenost točaka, kut između pravaca i slično).

**Archimedes Geo3D** [5], slično kao i **GeoGebra**, je matematički alat za proučavanje geometrije trodimenzionalnog euklidskog prostora. Pomoću tog alata moguće je na računalu vršiti konstrukcije u trodimenzionalnom prostoru također na dinamički način. Najvažniji osnovni objekti u tom alatu su: točka, pravac, ravnina, kružnica, sfera, vektor i lokus. Program omogućuje i unos objekata preko njihovih koordinata i jednadžbi. Za razliku od **GeoGebre**, **Archimedes Geo3D** nije besplatan alat, ali ima prihvatljivu cijenu. Licenca za jednog korisnika stoji 30 € i slobodno se koristi na više računala. Licenca na nivou fakulteta (škole) stoji svega 200 € i nju slobodno koriste svi zaposlenici i studenti (učenici) na računalima ustanove, ali i na svojim privatnim računalima.

Dinamičnost spomenutih alata omogućuje eksperimentalno provjeravanje tvrdnji iz euklidske geometrije ravnine i prostora. Razumijevanje mnogih tvrdnji iz geometrije zahtijeva u većini situacija crtanje preglednih slika za koje je potrebno određeno iskustvo kako bi nacrtane slike zaista bile oku ugodne i kako bi se iz njih moglo doći do nekih zaključaka. Pogotovo se to odnosi na crtanje trodimenzionalnih objekata na dvodimenzionalnom papiru. Stoga je svrha ove zadaće da studenti ponove već od prije njima poznate geometrijske tvrdnje koje su možda eventualno zaboravili ili da nauče neke nove manje poznate tvrdnje. Svaki student dobiva dva zadatka, jedan vezan uz euklidsku geometriju ravnine, a drugi uz euklidsku geometriju prostora. Zadaci su preuzeti iz raznih srednjoškolskih zbirki i knjiga vezanih uz geometriju [1, 2, 3], ali također i s nekih zgodnih web stranica posvećenih geometriji [18]. Poanta je da dobivene zadatke studenti ne trebaju egzaktno matematički riješiti, nego samo moraju eksperimentalno provjeriti dobivene tvrdnje pomoću spomenutih alata. Na taj način obogaćuju svoj geometrijski zor, ali isto tako vježbaju crtati pregledne slike.

### **Python (pyglet, pygame, VPython)**

**Python** [6] je besplatni programski jezik s visokim stupnjem apstrakcije i veoma čitljivim kodom. Vrlo je jednostavan čak za same početnike, a s druge strane dovoljno moćan za ozbiljnije projekte. Mnogi problemi za čije rješavanje u drugim programskim jezicima treba i po nekoliko stotina redaka koda, u **Pythonu** se rješavaju sa svega nekoliko redaka koda. U rješavanju takvih problema pomažu razni dodatni moduli koji bitno skraćuju pisanje koda. Dodatni moduli uglavnom nisu standardni dio **Pythona** pa ih je potrebno naknadno instalirati. Međutim, postoji jedna besplatna distribucija **Pythona**, **Python(x,y)** [8], u kojoj su sakupljeni najvažniji moduli zajedno s još nekim dodatnim programima i editorima koji olakšavaju rad s **Pythonom**. Među tim modulima se nalazi i **VPython** [7]. **VPython** je modul za 3D grafiku koji omogućuje jednostavno kreiranje interaktivnih 3D scena i animacija. Od korisnika ne zahtijeva takoreći nikakvo veliko znanje o 3D programiranju, već samo razumijevanje

osnovnih stvari iz analitičke geometrije prostora.

Kako je većina vremena na predmetu "Odabrana poglavlja matematike" posvećena uglavnom geometriji, a posebno analitičkoj geometriji prostora, svrha ove zadaće je da student provjeri svoje usvojeno znanje iz ovog područja na praktičnim primjerima. Studenti koji odaberu ovu zadaću imaju zadatak napraviti po volji neku 3D scenu. U izboru 3D scene imaju potpunu slobodu, jedini je uvjet da ta scena ne bude prejednostavna. Osim `VPythona`, studenti mogu odabrati `pyglet` [9] ili `pygame` [10] modul za izradu svoje 3D scene. `Pyglet` i `pygame` moduli olakšavaju korištenje `OpenGL-a` iz `Pythona` pa samim time zahtijevaju poznavanje `OpenGL-a`. Iako su `pygame` i `pyglet` kompliciraniji za korištenje od `VPythona`, ponuđeni su kao opcija za one studente koji se kasnije namjeravaju ozbiljnije baviti računalnom grafikom i 3D programiranjem tako da na ovom mjestu imaju priliku napraviti prve korake prema tom cilju.

### Mathematica ili Python

`Mathematica` je moćan matematički alat sa dobro razvijenim simboličkim i numeričkim računom koji su takoreći dovedeni do savršenstva. `Mathematica` ima razvijen visoki nivo apstrakcije koji omogućuje elegantno rješavanje zahtjevnih problema koje bi bilo teško, ponekad i nemoguće, riješiti u nekim drugim programskim jezicima i alatima u razumnom vremenu. Najopćenitiji objekt u `Mathematici` je izraz. Liste su specijalne vrste izraza. Isto tako, cijeli brojevi, realni brojevi i slično su također specijalne vrste izraza, dapače, oni su atomarni izrazi koji nisu građeni od još jednostavnijih izraza. Stoga je za uspješno rješavanje problema u `Mathematici` važno razumjeti strukturu izraza, tj. kako `Mathematica` gleda na izraz i znati saznati na koji način doći do određenog dijela izraza. `Mathematica` nije besplatan alat i nudi razne vrste licenci. Najveća mana `Mathematice` je upravo njezina cijena koju si svaki korisnik baš ne može priuštiti. Posebnu pogodnost ipak ima licenca za studente koja stoji svega £80. Upravo je iz tog razloga osim `Mathematice` ponuđen i `Python` kao opcija za rješavanje zadaće koju ćemo uskoro opisati. Isto tako, ideja je da studenti vide da `Mathematica` nije jedini alat koji zna derivirati, računati svojstvene vrijednosti, determinante i slično, nego da `Python` također ima moćne module koji to mogu napraviti besplatno. Neki od tih važih modula su: `numpy` [11], `scipy` [12], `sympy` [13], `itertools`, `matplotlib` [14].

Zadaća koju studenti moraju napraviti u jednom od spomenuta dva alata jest malo drukčija od svih ostalih zadaća. Ona se više temelji na nekom zahtjevnijem računanju koje mora provesti računalo, a da bi ono to moglo, treba napisati određene programe. Zadaća se sastoji od dva zadatka koji su isti za sve studente. Zadaci su vezani uz gradivo koje se radi na predmetu. Uglavnom su to zadaci vezani uz vektorske prostore, linearne operatore i polinome. Evo jednog primjera takvog zadatka.

Zadani su prirodni brojevi  $n$  i  $m$ . Napišite algoritam koji će generirati sve polinome stupnja  $\leq n$  s cjelobrojnim koeficijentima iz segmenta  $[-m, m]$ .

- a) Odredite nultočke svih tih polinoma i prikazite ih kao točke u kompleksnoj ravnini. Točke neka budu nacrtane crnom bojom.
- b) Napravite a) dio zadatka tako da točke budu nacrtane raznim bojama. Boje birajte na slučajni način ili po nekoj formuli.
- c) Napravite a) i b) dio zadatka, ali tako da ne crtate na slici realne nultočke.

### Blender

Blender [16] je jedan fenomenalni open-source program i čitav je napisan u Pythonu. Namijenjen je za 3D modeliranje i izradu animacija. Bogat je mnogim mogućnostima, a njegova posebnost pred ostalim skupim programima u toj klasi je u tome što ima unutar sebe direktnu podršku za **game-engine**. Intenzivno se razvija i svakim danom je sve bolji i bolji.

U ovoj zadaći studenti moraju izmodelirati neku 3D scenu na zadanu temu. Ponekad se traži i izrada igre ili animacije. Dosadašnje iskustvo nam je pokazalo da studenti vole ovakvu vrstu zadaće jer tu mogu pokazati svu svoju kreativnost, a da pritom ne moraju puno koristiti matematiku koja je ovdje nekako više u drugom planu (barem u očima studenata). Naravno da je i ovdje matematika itekako prisutna na jedan posebni način. Modeliranjem svoje scene studenti ponovo vježbaju svoj 3D zor, upoznaju se s raznim tijelima i figurama u prostoru, traže njihove presjeke, unije, projekcije i slično. Na taj način kroz igru upoznavaju prostor u kojemu žive koji možda samo na prvi pogled izgleda jednostavan, a dobro znamo koliko je problema iz stereometrije teško vizualizirati u glavi ili na papiru.

### Diskretne strukture s teorijom grafova

Na predmetu "Diskretne strukture s teorijom grafova" studenti moraju napraviti dvije praktične zadaće. Jedna od tih zadaća je vezana uz diskretnu matematiku (teorija brojeva, kombinatorika i vjerojatnost), a druga uz teoriju grafova. Pritom se koriste uglavnom samo dva alata, **Mathematica** i **Python**, s time da je određeno s kojim od alata treba riješiti pojedinu zadaću. Za rješavanje problema iz teorije grafova u **Mathematici** se koristi paket **Combinatorica**, a u **Pythonu** modul **networkx** [15].

### Literatura

- [1] Anđelko Marić, *Vektori – zbirka riješenih zadataka*, Element, Zagreb, 1997.

- 
- [2] Anđelko Marić, *Planimetrija – zbirka riješenih zadataka*, Element, Zagreb, 1996.
  - [3] Blanka Žarinac-Frančula, *Diferencijalna geometrija – zbirka zadataka i repetitorij*, Školska knjiga, Zagreb, 1990.
  - [4] GeoGebra, <http://www.geogebra.org/cms/>, (23.5.2010.)
  - [5] Archimedes Geo3D, <http://raumgeometrie.de/drupal/>, (23.5.2010.)
  - [6] Python, <http://www.python.org/>, (23.5.2010.)
  - [7] VPython, <http://vpython.org/>, (23.5.2010.)
  - [8] python(x,y), <http://www.pythonxy.com/>, (23.5.2010.)
  - [9] pygame, <http://www.pyglet.org/>, (23.5.2010.)
  - [10] pygame, <http://www.pygame.org/news.html>, (23.5.2010.)
  - [11] NumPy, <http://www.numpy.org/>, (23.5.2010.)
  - [12] SciPy.org, <http://www.scipy.org/>, (23.5.2010.)
  - [13] sympy, <http://code.google.com/p/sympy/>, (23.5.2010.)
  - [14] matplotlib, <http://matplotlib.sourceforge.net/>, (23.5.2010.)
  - [15] networkx, <http://networkx.lanl.gov/>, (23.5.2010.)
  - [16] Blender, <http://www.blender.org/>, (23.5.2010.)
  - [17] WOLFRAMRESEARCH, <http://www.wolfram.com/>, (23.5.2010.)
  - [18] GoGeometry, [http://www.gogeometry.com/geometry\\_help\\_online.htm](http://www.gogeometry.com/geometry_help_online.htm), (23.5.2010.)

# GeoGebra na doktorskom studiju na FMF-u u Ljubljani

MARIJA JAKUŠ

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: mjakus@foi.hr

## Sažetak

U današnje vrijeme nastava bez suvremenih pomagala od kalkulatora do računala gotovo je nezamisliva. Računala nam omogućuju da za nastavu pripremimo metodički dotjerane i vrlo korisne materijale kojima zorno i jasno možemo pokazati ono što bi nam bez računala bilo puno teže. Također nam omogućuju da skice izradimo preciznije te malim pomakom miša brzo i lako promijenimo veličine zadanih podataka te na taj način promatramo različite situacije, postavljamo hipoteze i lako ih opovrgnemo pomoću protuprimjera.

U ovom članku željela bih predstaviti tri dinamična apleta koji su nastali kao rezultat rada na predmetu "Izabrana poglavlja iz didaktike matematike". Predmet se izvodi na doktorskom studiju matematike, smjer matematika obrazovanja, na Fakultetu za matematiku i fiziku u Ljubljani pod vodstvom docenta Damjana Kobala. Cilj predmeta je upoznati studente s teoretskim i praktičnim pogledima teorije učenja matematike. Predmet je usmjeren prema upoznavanju temeljnih teorija obrazovanja s posebnim naglaskom na poučavanje matematike i praktičnim prikazom kako metoda tako i suvremenih pomagala pri poučavanju. Predmet je osmišljen da studente pouči upotrebi programa **GeoGebra** tako da mogu samostalno izrađivati aplete kojima bi obogatili izvedbu nastave matematike kako u osnovnim i srednjim školama tako i na fakultetima. Predmet je oblikovan kroz tri tipa zadataka:

1. Dokazi nekih geometrijskih teorema iz elementarne matematike pomoću **GeoGebre**. Ideja i konstrukcija dokaza te izrada apleta izvode se na satu.
2. Pregled već gotovih apleta kroz koje se dobija slika koliko je **GeoGebra** moćan alat, gdje se sve može koristiti i što se sve pomoću nje može prikazati. Neke od apleta potrebno je rekonstruirati za zadaću.
3. Zadaće za ispit u kojima je potrebno izraditi aplet po osobnim željama i mogućnostima studenta u kojima se provjerava znanje i kreativnost studenata

A sada nešto više o samim apletima ...

### **Aplet: derivacija i svojstva funkcije**

Na prvoj godini fakulteta u sklopu matematičke analize obrađuje se pojam derivacije i primjene derivacije. Geometrijska interpretacija derivacije jest



nagib tangente na funkciju. Stacionarne točke su točke u kojima je tangenta paralelna  $x$ -osi. U tim točkama funkcija ima ili lokalni maksimum ili lokalni minimum ili točku infleksije. Funkcija raste na intervalu ako je derivacija funkcije pozitivna na tom intervalu. Funkcija pada na intervalu ako je derivacija negativna na tom intervalu. Na satu je bio prikazan aplet koji je za zadanu funkciju prikazivao stacionarne točke i ekstreme te rast i pad funkcije. Za zadaću izradila sam aplet koji za generiranu funkciju prikazuje tangentu u točki koja klizi po funkciji. Odmah se utvrđuje da li funkcija raste ili pada te se isrcrtavaju intervali rasta i pada funkcije. Zatim se označuju stacionarne točke, te među njima posebno lokalni maksimumi i minimumi te točke infleksije.

### Aplet: *konike*

U trećem razredu srednje škole uče se konike – elipsa, hiperbola i parabola. One se uglavnom uvode preko svojih jednadžbi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad y^2 = 2px \quad (1)$$

odnosno kao krivulje koje nastaju presijecanjem neke proizvoljne ravnine i beskonačnog šupljeg konusa. Ovdje se konikama pristupa na malo drugačiji način. Definiraju se kao geometrijsko mjesto točaka za koje je omjer udaljenosti od neke fiksne točke  $F$  te udaljenosti od nekog fiksnog pravca  $d$  konstantan. Tada imamo sljedeću klasifikaciju krivulja:

$$\mu = \frac{d(T, F)}{d(T, d)} = \begin{cases} \mu > 1, & \text{krivulja je hiperbola} \\ \mu = 1, & \text{krivulja je parabola} \\ \mu < 1, & \text{krivulja je elipsa} \end{cases}$$

Zadatak je bio prikazati koniku za proizvoljne fiksne parametre  $F, d, \mu$ . Bilo je potrebno pronaći jednadžbu konike  $y = f(x)$  u ovisnosti o parametrima, te usporediti tako nastalu koniku sa onom dobivenom pomoću jednadžbi (1), npr. namjestiti parametre  $F, d, \mu$  u polaznoj konici tako da se dobije konika određena parametrima  $a$  i  $b$ . U aplet sam također dodala i konstrukcije konika pomoću  $F, d$  i  $\mu$  te konstrukciju elipse pomoću koncentričnih kružnica i konstrukciju hiperbole preko udaljenosti.

### Aplet: *avion*

U trećem razredu srednje škole uvodi se pojam vektora. Vektor je usmjerena dužina, a određen je svojom duljinom, smjerom i orijentacijom. Također se uvode operacije s vektorima – zbrajanje, oduzimanje, množenje brojem. Aplet avion je samostalni zadatak. Osmišljen je kao pomoć pri učenju operacije zbrajanja vektora. Ujedno, aplet prikazuje primjenu matematičkog gradiva na realnom problemu i tako odgovara na često pitanje učenika "A gdje će to nama trebati?". Zadan je avion koji leti fiksnom brzinom, a kojem možemo mijenjati

smjer letenja. Na avion djeluje vjetar koji puše određenom brzinom u nekom proizvoljnom smjeru. Potrebno je usmjeriti avion tako da stigne do zračne luke. Rezultantni vektor puta može se po volji prikazati ili sakriti. Ujedno je dodana i skala jačine vjetra tako da učenici mogu naučiti i ponešto o podjeli vjetra obzirom na njegovu brzinu. Uz ovaj aplet moguće je postaviti i zadatke tipa:

- Ako je udaljenost od polazne točke aviona do zračne luke 250 km, koliko će avionu trebati da stigne od zračne luke (uzimajući u obzir da avion leti rezultantnom brzinom)?

ili

- Ako je avion sletio za 1 sat i 30 minuta, kolika je udaljenost polazne točke i aerodroma?

# Simulacijski modeli predviđanja uspjeha studenata

DUŠAN MUNĐAR

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: dusan.mundjar@foi.hr

## Sažetak

U izlaganju ćemo analizirati izvršavanje predviđenih aktivnosti na predmetu Matematika 2. Izlaganje ima dva cilja: prepoznati kritične točke u izvršavanju aktivnosti i upoznati nas s mogućnostima različitih programskih paketa za statističku obradu podataka. Kritične točke su trenuci u kojima studenti odlučuju o svojem daljem angažmanu na predmetu uz mogućnost krive procjene, posebno podcjenjivanja, očekivanih rezultata na narednim aktivnostima. Smanjenje angažmana na aktivnostima ili potpuno odustajanje od aktivnosti utječe kako na vjerojatnost individualnog ispunjavanja uvjeta za prolaz, tako i na smanjenje ukupne prolaznosti na predmetu. U kritičnim točkama, studenti se pri odlučivanju mogu nalaziti u dvije moguće okolnosti: premala vjerojatnost ostvarivanja dovoljnog broja bodova za željeni rezultat na predmetu sa očekivanim značajnim angažmanom na drugim predmetima ili bez očekivanog značajnog angažmana na drugim predmetima. Predstaviti ćemo model koji bi studenti mogli koristiti pri odlučivanju, a temelji se na raspodjeli angažmana po upisanim predmetima. Simulacijski model pruža podatke za dobivanje procjene prolaznosti na predmetu. Modeli će biti izgrađeni u *MS Excelu*, a za obradu podataka koristit ćemo dodatke za *MS Excel*, primjerice *Analysis Toolpak* [1], kao i vezanje *MS Excel*-a s besplatnim programskim paketom za statističku obradu *R* [2, 3].

Predmet Matematika 2 se izvodi u ljetnom semestru na prvoj godini pred-diplomskog studija informacijskih i poslovnih sustava. Cjelokupni proces nastave potpomognut je sustavom za učenje *Moodle*. Sustav nam omogućava dohvat podataka o rezultatima polaznika na provedenim aktivnostima. Analizirat ćemo podatke iz akademskih godina 2008./2009. i 2009./2010. Prikazat ćemo međusobnu vezu ishoda na pojedinim aktivnosti kao i vezu rezultata aktivnosti s konačnim rezultatom na predmetu. Izradit ćemo usporedbu dviju akademskih godina. Nadalje, istražiti ćemo povezanost rezultata s konačnim rezultatima na predmetu Matematika 1, koji se izvodio semestar prije, dakle u zimskom semestru. Analizom ćemo dobiti trenutke u kojima pojedine skupine imaju vjerojatnost povoljnog rezultata na predmetu manju od pedeset posto. Podizanjem motivacije i traženjem dodatnog angažmana u takvim trenucima, kao i drugim nastavnim metodama mogao bi se ostvariti pozitivan učinak na njihov uspjeh na predmetu, a time i na prolaznost na predmetu.

Osim navedene analize, provest ćemo i analizu uspjeha po seminarskim

grupama. Hipoteza je da se rezultati po skupinama ne bi trebali značajno razlikovati. To bi trebala biti posljedica izvršavanja istih aktivnosti i usklađenosti bodovanja. Jedan od razloga eventualnog odbacivanja jest i da je svaka grupa jedinstvena i po načinu pristupa, angažmanu i drugim aspektima.

Nakon provedene analize rezultata aktivnosti i njihove zavisnosti o rezultatima prethodnih aktivnosti pristupit ćemo izgradnji simulacijskog modela. Simuliranjem ishoda rezultata sljedećih aktivnosti, na temelju prethodnih rezultata, doći ćemo do konačnih simuliranih rezultata za pojedinog studenta. Višestrukim provođenjem simulacijskog postupka doći ćemo do distribucije vjerojatnosti postotka prolaznosti na predmetu. Ona će nam omogućiti određivanje intervala u kojem će biti postotak prolaznosti s pripadnom vjerojatnošću.

Sličan model biti će prikazan i za odlučivanje polaznika o daljnjem angažmanu na predmetu. Naime, svaki od studenta ima listu predmeta koje je upisao u pojedinom semestru. U svakom trenutku poznat je sadašnji rezultat na predmetu, kao i distribucija vjerojatnosti ostvarenja bodova na narednoj aktivnosti u ovisnosti o vremenu uloženom u izvršenje aktivnosti. Na primjer, distribucija ostvarenih bodova na kolokviju, pa specijalno ni očekivani ostvareni broj bodova, nije jednaka ukoliko osoba uči pet sati navedeni predmet ili deset sati. Da model ne bi bio previše kompliciran, aktivnosti će biti podijeljene u četiri skupine: tri kolokvija i ostale aktivnosti. Rezultati kolokvija ovise o angažmanu kroz pet tjedana, a ostali rezultati ovise o angažmanu kroz cijeli semestar, dakle kroz svih petnaest tjedana. Nadalje, pretpostavlja se da rezultati kolokvija kao i ostalih aktivnosti ovise jedino o uloženom radu. Dakle, pretpostavka je da svi studenti imaju jednako predznanje te da se u kolokvijima i ostalim aktivnostima provjerava različito gradivo.

Svakom nastavniku jedan od nastavnih ciljeva je povećanje prolaznosti na predmetu uz ispunjavanje zahtjevanih kriterija. Jedan od tih kriterija je svakako ostvarenje očekivanih ishoda učenja. Analiza podataka o angažmanu polaznika, kao i prepoznavanje kritičnih točaka omogućuje usmjeravanje metodičko-didaktičkih mjera na ključne trenutke. Podizanje motivacije polaznika u tim trenucima povećat će angažman, a time i vjerojatnost ostvarenja željenih rezultata na predmetu, kao i ukupnu prolaznost na predmetu. Primjena simulacijske metode uz proširenje na ostale predmete može poslužiti za procjenu protoka studenata kroz studij, procjenu prosječnog trajanja studija, analizu opterećenja u pojedinim dijelovima studija, a naročito unutar pojedinih semestara.

## Literatura

- [1] MS Excel dodatak: Analysis ToolPack,  
<http://office.microsoft.com/hr-hr/excel/HP100908421050.aspx>,  
(15.5.2010.)
- [2] MS Excel dodatak: RExcel,  
<http://en.wikipedia.org/wiki/RExcel>, (15.5.2010.)
- [3] R-programski jezik i okolina za statističke izračune i grafiku,  
<http://www.r-project.org>, (15.5.2010.)

## GeoGebra – alat za e-učenje

ŠIME ŠULJIĆ

Gimnazija i strukovna škola Jurja Dobrile, Pazin

e-mail: sime.suljic@pu.htnet.hr

### Sažetak

GeoGebra ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)) je besplatan računalni program otvorenog koda primjenjiv na svim razinama matematičkog obrazovanja, kako za poučavanje tako i za samostalno učenje. Program ujedinjuje geometriju, algebru, tablične proračune, crtanje grafova, statistiku i matematičku analizu. GeoGebra je izuzetno jednostavan alat za uporabu intuitivnog sučelja, a opet ima mnogo moćnih mogućnosti. Program je pisan u Javi i moguće ga je pokrenuti bez posebne instalacije na bilo kojem računalu pomoću takozvanog WebStarta ili kao aplet unutar web-stranice. U svakom slučaju riječ je o potpuno funkcionalnom programu. To omogućuje nastavnicima, studentima i učenicima neograničen pristup na fakultetu, školi ili od kuće, bez brige o tome je li netko prethodno instalirao program.

### Od dinamičke geometrije . . .

GeoGebra je u svom početku bila program dinamičke geometrije poput The Geometer's Sketchpada, Cabri Geometry, Cinderelle, Geonext, C.a.R., itd. Izradio ga je Markus Hohenwarter, kao svoj diplomski rad na Sveučilištu u Salzburgu. Ispočetka je GeoGebra bila skroman program u odnosu na programe iste kategorije. Međutim, u istraživanju matematike prednost programa GeoGebra bila je u mogućnosti dualnog prikaza objekata – objektima u geometrijskom prozoru pridružene su njihove algebarske vrijednosti u algebarskom prozoru. Tako se u algebarskom prozoru vide koordinate točke ili vektora, jednadžbe pravaca i grafova, duljina dužine ili površina mnogokuta, veličine kutova i vrijednosti parametara, . . . Istovremeno se u geometrijskom prozoru nalaze objekti kojima su zapisi u algebarskom prozoru pridruženi. Dinamičkim promjenama objekta mijenjaju se i odgovarajući zapisi u algebarskom prozoru, ali i obrnuto – promjenom zapisa mijenja se i odgovarajući grafički prikaz objekta u geometrijskom prozoru. U traci za unos jednostavno se mogu upisivati algebarske vrijednosti (koordinate točke i vektora, jednadžbe pravaca, konika ili funkcija, vrijednosti parametara, naredbe, . . .). Tako umjesto ucrtavanja ili unosa objekta pomoću miša možemo upisivati objekte ili naredbe što nam pruža veliku slobodu i jednostavnost baratanja matematičkim objektima. Zbog jednostavnosti, geometrijskog unosa i intuitivnog simboličkog zapisa ovaj je program prikladan za samostalni rad učenika za računalom u školi ali i kod kuće. Danas je GeoGebra puno više od programa dinamičke geometrije. U programu je moguće prikazivati statističke podatke i naći funkcije prilagodbe,

izrađivati simulacije vjerojatnosnih pokusa, prikazivati grafove funkcija jedne varijable i krivulja, te tražiti njihove nultočke, derivacije, neodređeni i određeni integral, . . . Trenutno **Geogebra** raspolaže s grafičkim, algebarskim i tabličnim prikazom (prozorom), a beta verzija programa i prozorom za simbolički izračun. Svi su prikazi povezani i bilo koja promjena u jednom povlači dinamičku promjenu u svim reprezentacijama matematičkog objekta.

### **. . . do interaktivne matematike**

U sadašnjem trenutku **GeoGebra** je vrlo inovativan matematički program otvorenog koda. S prijevodom na više od 50 svjetskih jezika vjerojatno je riječ o najprevođenijem programu takve vrste. Program je primio više prestižnih nagrada za obrazovne programe u Europi i SAD-u. Krajem 2009. godine primio je prestižnu nagradu *Tech Award* koju tvrtke Silicijske doline dodjeljuju inovativnim tehničkim rješenjima koja služe za opće dobro. Gotovo da nema svjetske konferencije za nastavu matematike na kojoj se ne pojavljuje više predavanja i radionica koje se baziraju na **GeoGebri**. Ovog ljeta održat će se neke nacionalne i internacionalne konferencije posvećene samo **GeoGebri**.

Diljem svijeta niču takozvani **GeoGebrini** instituti koji se bave obučavanjem nastavnika za uporabu i primjenu programa u nastavi, istraživanjima o uporabi tehnologije u nastavi matematike i izradom digitalnih obrazovnih materijala. Iza **GeoGebre** ne stoji više samo jedan autor. Na razvoju projekta radi moćan tim programera koji razvija **GeoGebru** u smjeru 3D alata i CAS (Computer Algebra System) prikaza. Dio razvojnog tima radi na prilagodbi programa mobilnim uređajima i uređajima s ekranima na dodir.

### **Autorski alat**

Možda je ovom prigodom najvažnije istaći da je **Geogebra** jaki autorski alat, jer se s njom može lako izraditi interaktivni materijal za učenje. **GeoGebra** na vrlo jednostavan način generira web stranicu s Java apletom. I za to nimalo ne morate poznavati HTML, niti web dizaajn. Didaktički oblikovan tekst i interaktivan aplet pomoći će učeniku ili studentu da uče matematiku otkrivajući. Prednost apleta jest da učenik ili student uopće ne mora poznavati računalni program da bi bio njihov korisnik. Sustavi za udaljeno učenje prepoznali su korisnost i važnost **Geogebri** apleta. Tako je sustav Moodle moguće nadograditi posebnim dodatkom tzv. **Geogebra filter**, s kojim se izravno može umetati aplet. Program **eXe Learning** za izradu raznovrsnih materijala za e-učenje, također ima u sebi mogućnost umetanja **GeoGebrini** apleta. Neki wiki sustavi imaju mogućnost dodatka za prikaz **GeoGebrini** apleta. Za vrlo raširen MediaWiki **GeoGebra** proizvodi kod koji se na najjednostavniji način prenosi iz međuspremnika. Osim apleta **Geogebra** producira kvalitetne slike u raznim formatima (PNG, animirani GIF, SVG, EPS, PDF, PST, . . .). **GeoGebra** može odlično poslužiti i kao prezentacijski alat uz uporabu projektora.

### Hrvatski jezik

GeoGebra je na hrvatski jezik prevedena 2004. godine, a otada su lokalizirane četiri nadgradnje. U potpunosti je prevedena *Pomoć*, priručnik *Uvod u GeoGebra* i mnogi drugi dokumenti. Hrvatski prijevod su izradili: Ela Rac-Marinić-Kragić, Josip Kličinović i Šime Šuljić. Korisnicima stoji na raspolaganju i podrška putem službenog *Geogebri* foruma na hrvatskom jeziku. Mnogi korisnici *GeoGebra* s hrvatskog govornog područja dali su svoj doprinos *Geogebri* virtualnom skladištu uradaka. Na stranicama udruge Normala ([www.normala.hr](http://www.normala.hr)) pod naslovom *Interaktivna matematika* više je nastavnih cjelina oblikovanih kao digitalni obrazovni materijal namijenjen samoučenju baziran na interaktivnom *Geogebri* Java apletu, a pod naslovom *Riznica apleta* veći je broj uradaka koji slobodno možete preuzeti, koristiti i/ili prerađivati.

### Šansa

O zrelosti nekog programa otvorenog koda svjedoči ne samo njegovo korištenje od strane krajnjih korisnika, nego i integriranost u druge projekte. Za sada postoje već dva takva razrađena sustava:

- **MathPiper IDE** ([www.mathpiper.org](http://www.mathpiper.org)) – sustav računalne algebre.
- **Kojo** ([www.kogics.net](http://www.kogics.net)) – učenje računalnog programiranja uz geometriju i algebru.

Programski kod otvoren je svima, a to znači da i naši studenti ili profesori mogu stvarati svoj projekt temeljen na *Geogebri* ili se priključiti *Geogebri* razvojnom timu.

### Zaključak

Tehnologija je nastavi matematike donijela novu šansu, ako se koriste specijalizirani računalni programi. *GeoGebra* sigurno spada u najuži izbor među tim programima. Kada je riječ o izradi digitalnih obrazovnih materijala namijenjenih e-učenju, onda se može slobodno kazati kako je *GeoGebra* ograničena samo kreativnošću nastavnika.



*Znanstveno-stručni kolokvij "Matematika i e-učenje"*  
Dubrovnik, 27.06. – 02.07.2010.

## ***E-kolegiji***



# E-potencije

- srednja škola -

ANTONELA CZWYK MARIĆ  
Zdravstvena škola, Vukovarska 44, Split  
e-mail: antonela.czwyk-maric@skole.hr

NOSITELJ: Antonela Czwyk Marić, prof.

## Sažetak

Izrada mentoriranog tečaja osmišljena je povezivanjem nastavnih sadržaja matematike i određenih aktivnosti tijekom njihovog usvajanja s ostalim nastavnim predmetima ostvarujući korelacijske veze i ukazujući učenicima smisao i primjenu potencija u stvarnom životu. Za realizaciju projekta odabran je LMS (Learning management system) Moodle.

## Uvod

U ovom radu opisan je projekt uvođenja e-obrazovnog tečaja E-potencije. Obrađuje nastavnu jedinicu iz predmeta matematika za osnovne i srednje škole. Tečaj je izrađen u Moodlu uz potporu CARNeta:

<http://moodle.carnet.hr/course/view.php?id=355>.

Projekt implementira znanja, stavove i vještine izrade e-obrazovnog sadržaja usvojenih pohađanjem E-learning akademije.

## Cilj

Pomoću informacijsko-komunikacijskih tehnologija moguće je slikovitije, dinamičnije i raznolikije prezentirati i objasniti pojmove, postupke i primjene matematike u svakodnevnom životu. Tečaj nastoji ostvariti nekoliko ciljeva:

- Učenike motivirati i olakšati im usvajanje matematičkih znanja.
- Uspostaviti korelacijsko učenje matematike i ostalih predmeta.
- Učenik treba naučiti pojam potencije i pravila računanja sa potencijama:  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $^$  (prezentacijom matematičkih sadržaja, kreiranjem testova, učenjem kroz ponuđene online igre i vježbe, mogućnost preuzimanja određenih dokumenta sa zadacima za rješavanje, upotrebom sadržaja *Portala Nikola Tesla*)
- Razvijati vještinu informacijske pismenosti i matematičkog izražavanja (diskusije, eseji).

Aktivnosti primijenjene u tečaju zahtijevaju od učenika biheviorističke, kognitivne i konstruktivističke vještine učenja.

## Sadržaj

Tečaj E-potencije namijenjen je za sada učenicima Zdravstvene škole Split. Škola ima na raspolaganju informatičku učionicu sa 15 umreženih računala i brzim internetom. Veliki nedostatak je rad na tri različite lokacije pa učenici u jednom danu moraju pratiti nastavu, odnosno vježbe na dvije lokacije. To je razlog više da im se osigura pristup obrazovnim sadržajima i pomoć mentora neovisno o lokaciji i vremenu učenja.

Učenici su različitog usmjerenja i stupnja informatičkog predznanja. Anketne su pokazale da skoro svi učenici imaju kod kuće računalo i pristup internetu. Osigurano im je i korištenje školskih računala (informatički kabinet i knjižnica). Učenici koriste mnoge usluge interneta, većinu za zabavu. Učenici imaju osnovnu informatičku pismenost, njih oko 50% koristi online obrazovne sadržaje. Poznaju portal Nikola Tesla, videokonferencijama iz škole prezentiraju svoje radove, prate stručna predavanja, prijenos operativnih zahvata liječnika (kroz projekt E-medica u kojem je škola jako angažirana).

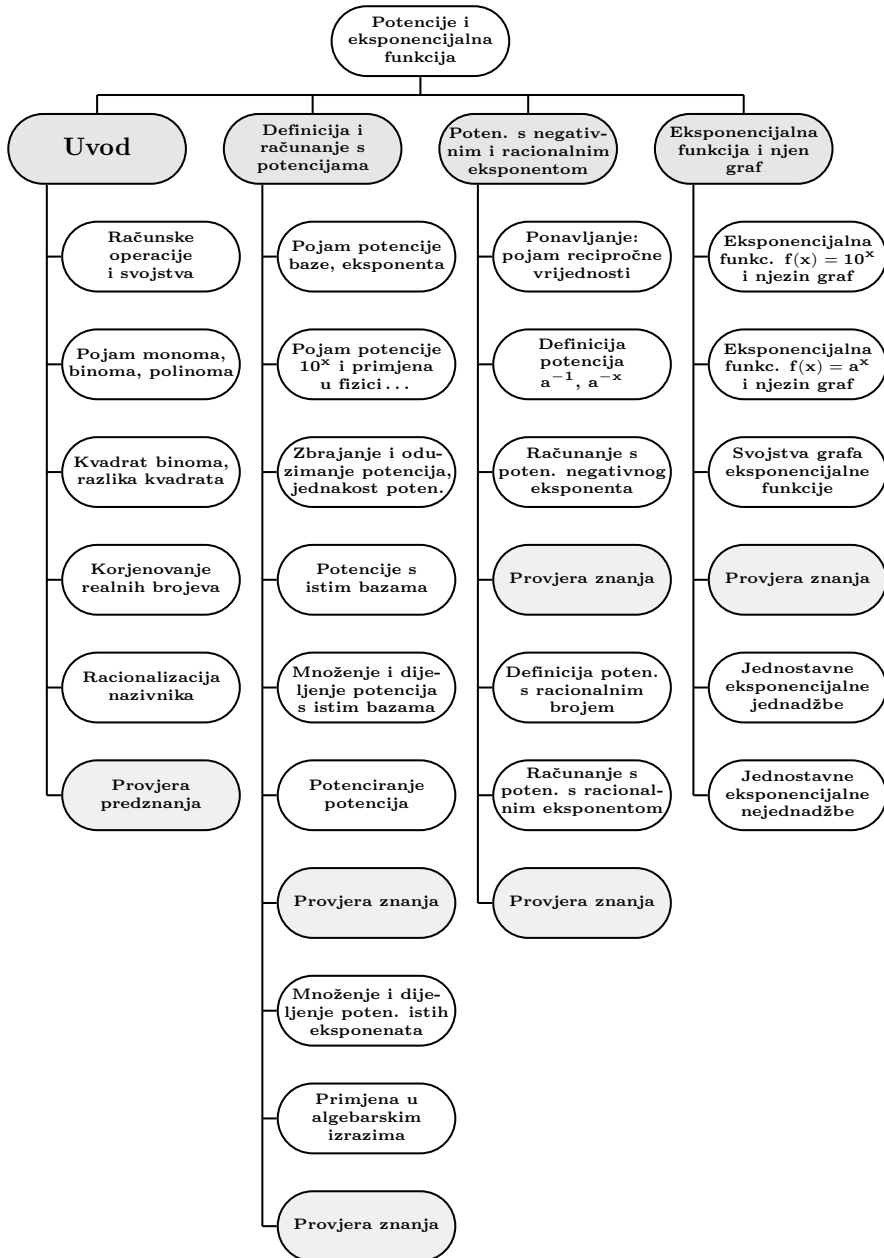
Tema "Potencije" je primjerena za učenike osnovne i srednje škole. Obzirom na učestalost pojavljivanja, te upotrebe u drugim predmetima, sadržaj se može višestruko koristiti: u OŠ kada se prvi put usvajaju pojam potencije, u 1. razredu srednje škole kada "ponavljaju" potencije, proširuje pojam potencije s racionalnim eksponentom (korijeni), te u 2. razredu kao uvod za eksponencijalnu funkciju i njen graf.

Osim vertikalne, moguće je i horizontalno povezivanje sadržaja kroz suradnju među učenicima OŠ i SŠ. Zajedno mogu istražiti razna područja primjene potencija, ali i pomagati se međusobno u savladavanju gradiva. Tečaj može biti koristan i kao priprema (ponavljanje) za državnu maturu.

Sadržaj se može postepeno proširivati. Na dijagramu na slici 2 je prijedlog cjelokupnog tečaja koji će se u fazama dopunjavati sadržajima (nastavnim jedinicama).

## Procjena tehnologije

Tehnologija i mediji će se koristiti prvenstveno u svrhu učenja i razvijanja kritičkog mišljenja kod učenika te razvijanja osjećaja odgovornosti, vremenske organizacije i redovitosti izvršavanja zadataka kao i sudjelovanje u izvršavanju zajedničkih zadataka. Nastojat će se raznolikim pristupom i upotrebom medija omogućiti lakše usvajanje znanja i vještina koji su bili nedostupni u klasičnom obliku nastave. Odabran je Moodle LMS sustav za učenje. Procjena tehnologije obavljena je na temelju modela SECTIONS analize. Ostvaren je novitet, brzina implementacije, niska cijena (besplatan), interakcija, primjerene metode učenja i poučavanja. Tehnologija će se upotrijebiti kao potpora tradicionalnim načinima učenja – poučavanju u razredu, ali i kao nadopuna samostalnom radu kod kuće.



Slika 2: Dijagram – prijedlog cjelokupnog tečaja

### Potrebni resursi

Resursi potrebni za izvođenje projekta su računalo, pristup internetu, korisnički podaci za pristup LMS-u, tehnička podrška, računalna učionica za održavanje uvodnih radionica i satova za praćenje i evaluaciju provedbe tečaja.

Projektini tim treba imati instruktorskog dizajnera, dva nastavnika stručnjaka za matematiku, tehničku podršku – nastavnika informatike, voditelja projekta koji bi mogao biti ravnatelj ili voditelj stručnog aktiva.

Teško je podijeliti uloge za projektini tim s obzirom da malo kolega ima iskustva u radu na projektima i timskom radu. Često iste osobe imaju više uloga.

Financijska sredstva su minimalna. Vrijeme rada tima je neprocjenjivo, ali se neće naplatiti. Softver je besplatan.

Planirano vrijeme pripreme i implementacije tečaja je 1 godina, a trajanje samog tečaja od 15 dana do 2 mjeseca što ovisi o količini ponuđenog sadržaja koji se može u LMS sustavu lako dozirati.

### Alati

Za pojedine lekcije koriste se alati Microsoft Office (PowerPoint, Word, itd.). Audio zapis je izrađen programom Audacity. Neki sadržaji postavljeni su na web sjedište i povezani hiperlinkom sa stranica Moodla uz dodatne upute i napomene.

Iznimno je zahtjevno bilo upisivati potrebne matematičke simbole i formule preko Moodle-a te je u tu svrhu korišten *Wiris Formula Editor* – dodatak za pisanje formula.

### Evaluacija

Evaluacija je provedena od strane dizajnera i predmetnog stručnjaka – profesora matematike. U daljnju evaluaciju se planiraju uključiti ostali predmetni nastavnici, kolege s ELA-e, pedagog, psiholog i učenici. Povratne informacije od učenika su najvažnije jer je tečaj usmjeren njihovim potrebama s ciljem ostvarivanja što boljih rezultata učenja. Sve informacije utjecat će nužne promjene i prilagodbu tečaja potrebama i mogućnostima učenika.

Teško možemo procijeniti pedagoške kvalitete s obzirom da e-pedagogija još nije razvijena. Savjeti i mišljenja stručne pedagoške službe (psiholog i pedagog) bit će jako važne.

Potrebno je provjeriti tehničku funkcionalnost tečaja i svih sadržaja.

Važno je uvrstiti potrebne sate rada u LMS-u u redovni plan nastave matematike kako bi se izbjeglo preopterećenje učenika. Načine praćenja i ocjenjivanja treba uskladiti sa uobičajenim tradicionalnim načinima praćenja i ocjenjivanjem u matematici. Omogućiti učenicima da što češće provjeravaju svoja dostignuća kako bi usvojili vještinu računanja i primjenu usvojenog znanja.

## Zaključak

Ovakve sadržaje moguće je objaviti kao web stranice, ali forma online tečaja s mentorom koji vodi i prati učenike kroz rad ima prednost jer učenici ozbiljnije i odgovornije prihvaćaju rad uz prisutnost nastavnika koji ga prati, potiče i usmjerava kroz proces usvajanja znanja. U LMS-u se sadržaj može bolje "dozirati" i vremenski točno odrediti kada se i kojim redom određeni sadržaji, pravila i postupci usvajaju i uvježbavaju.

Daljnji rad i evaluacija će pridonijeti poboljšanju ovog tečaja te ostvarivanju zamišljene ideje. Izrada tečaja nije završen proces, već zahtjeva stalnu dopunu, izmjenu i višestruku evaluaciju kako bi se uklonili svi nedostaci, te osigurao sadržaj i način rada koji učeniku omogućava trajno stjecanje znanja.

## Literatura

- [1] Ally M., *Osnovne obrazovne teorije online učenja*, Edupoint, 38(V) (2005), <http://www.carnet.hr/casopis/38/clanci/3> (01.05.2009.)
- [2] Anderson T., *Ususret teoriji online učenja*, Edupoint, 51(VII), 2007. <http://www.carnet.hr/casopis/51>
- [3] Bates A.W., Poole G., *Effective Teaching with Technology in Higher Education: Foundations for Success*, San Francisco: Jossey-Bass, (2003.) 75.–105.
- [4] Bates A. W., *Upravljanje tehnološkim promjenama: Strategije za voditelje visokih učilišta*, Zagreb, Hrvatska: CARNet/Benja, (2003.) 41.–53.
- [5] Bosnić I., *Moodle: Priručnik za seminar*, (2006) [http://www.open.hr/e107\\_files/downloads/Moodle-prirucnik.pdf](http://www.open.hr/e107_files/downloads/Moodle-prirucnik.pdf) (02.03.2009.)
- [6] Caplan D., *Razvoj online kolegija*, Edupoint, 40(V), (2005) <http://www.carnet.hr/casopis/40/clanci/2> (02.05.2009.)
- [7] I. Gusić, J. Krajina, *Matematika 1 – udžbenik sa zbirkom zadataka za strukovne škole*, Školska knjiga, Zagreb (2005)
- [8] Jenkins N., *A Project Management Primer or "a guide on how to make projects work"*, 2005. Preuzeto 26.1.2009. s <http://www.nickjenkins.net/prose/projectPrimer.pdf>
- [9] Lj. Kelava-Račić, Z. Šikić, *Matematika 2 – udžbenik sa zbirkom zadataka za strukovne škole*, Školska knjiga, Zagreb (2005)

- [10] Krumme G., *Major Categories in Bloom's Taxonomy*, 2005.  
<http://faculty.washington.edu/krumme/guides/bloom1.html>
- [11] Morrison G.R., Ross S.M., Kemp J.E., *Designing effective instruction*, (4th ed.), (str. XVI, 1-26), New York: Wiley
- [12] Obrazovni sadržaji ELA, CARNet, Edupoint, šk. g. 2008./2009.
- [13] Prensky M., *Digitalni urođenici, digitalni pridošlice*, Edupoint, 40(V), 2005.



## Matematika 2

- preddiplomski studij -

BLAŽENKA DIVJAK

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: blazenka.divjak@foi.hr

MIRELA BRUMEC

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: mirela.brumec@foi.hr

NOSITELJI: prof. dr. sc. Blaženka Divjak  
prof. dr. sc. Tihomir Hunjak

SURADNICI: doc. dr. sc. Zlatko Erjavec  
Mirela Brumec, prof.  
Marija Jakuš, dipl. inž.  
Dušan Mundar, dipl. inž.  
Petra Žugec, dipl. inž.

### Sažetak

E-učenje treba biti u funkciji unaprjeđenja procesa učenja i poučavanja te u svrsi postizanja iskazanih ishoda učenja predmeta, ali i programa studija u cjelini koji u konačnici dovode do podizanja prolaznosti i smanjivanja duljine trajanja studija. Dakle, naš opći cilj je poboljšati i unaprijediti nastavu matematike u skladu s nastavnim programom i studijem informatike, ishodima učenja predmeta Matematika 2 i čitavog studija informatike. Nadalje, cilj je bio i izvoditi nastavu u skladu sa Strategijom e-učenja Fakulteta organizacije i informatike (FOI) te Strategijom e-učenja Sveučilišta u Zagrebu.

Na Fakultetu organizacije i informatike e-učenje se sustavno provodi od 2006./07. godine, a od 2007. godine postoji Strategija e-učenja na Fakultetu. Valja spomenuti da se s e-učenjem na matematičkim predmetima krenulo znatno ranije upotrebom WebCT-a, zatim postavljanjem materijala na pripadna web mjesta, pa i putem razvoja vlastitog LMS-a (Learning Management System). Za izradu LMS-a i implementaciju za predmet Matematika, student Darko Golner je 2004. dobio rektorovu nagradu (mentorstvo: prof. dr. sc. B. Divjak). Od 2007. na FOI-u se preporuča i podržava upotreba LMS-a Moodle koji se kontinuirano nadograđuje i povezuje s ostalim elementima informacijskog sustava Fakulteta.

Prije uvođenja e-učenja na matematičke predmete provedeno je odlučivanje pomoću AHP metode o modelima podučavanja te je od 4 modela (klasična nastava, nastava uz pomoć ICT-a, hibridna nastava, on-line nastava) dobiveno da je najbolji mješoviti (hibridni) oblik podučavanja. Istraživački dio projekta objavljen je putem znanstvenih radova [1].

## Ciljevi e-kolegija Matematika 2

Specifični ciljevi e-kolegija Matematika 2 su:

- omogućiti bolji i širi pristup materijalima i komunikaciji za veliki broj studenta,
- poticati razvoj pozitivnih stavova prema matematici i primjeni matematike u informatici,
- podići razinu e-podučavanja i tako pridonijeti Strategiji e-učenja FOI-a, kao i sveučilišnoj Strategiji e-učenja,
- omogućiti postizanje ishoda učenja predmeta novim metodama praćenja i ocjenjivanja studenata te tako unaprijediti i ishode učenja programa fakulteta.

Tijek izvođenja poučavanja provodi se u većini slučajeva tako da se prvo održava nastava u učionici, a da se nakon toga studenta upućuje na rad u virtualnom okruženju, na demonstrature i konzultacije. Ciklus se zatvara putem provjera i samoprovjera. Kod studenta se potiče samostalnost u radu, a kao temelj tome i svijest o vlastitom predznanju, radu i napretku u predmetu. Postupci učenja koje podupire didaktički koncept primijenjen u e-kolegiju Matematika 2 su usvajanje teorije, ponavljanje gradiva te vježbanje zadataka.

## O e-kolegiju Matematika 2 na Moodle-u

Kolegij Matematika 2 je primjer mješovitog poučavanja, tj. izvodi se kombiniranjem klasičnog poučavanja i učenja posredstvom virtualnog okruženja dostupnog putem interneta. Tako osim predavanja, seminara, demonstratura i konzultacija, studenti za potporu učenju koriste VLE Moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment). Potpora učenju posredstvom Moodle-a fokusirana je na isporuku materijala u obliku detaljno pojašnjenih i metodički pripremljenih prezentacija izrađenih u alatu "Beamer" koji omogućuje simulacije i modeliranje u matematici. Nadalje, definirani su ishodi učenja i rječnik pojmova za svaku cjelinu, testovi za samoprovjeru i procjenu znanja, forum za vijesti i diskusije, individualne zadaće i zadaće u klasičnom obliku. Napravljena je i integracija editora LaTeX koji je neophodan za matematičke tekstove. Sa svakog predavanja u Moodle ulaze ispisane pametne ploče (smart board) koje su izrađene na nastavi u predavaonici. Također, implementirane su ankete za studente o različitim pedagoško-metodičkim aspektima (stilovi učenja, stavovi prema matematici i upotrebi tehnologije u nastavi, zadovoljstvo nastavom i sl). Za potrebe on-line provjera izrađena je baza zadataka i pitanja prema Coxovoj taksonomiji [2] iz koje se generiraju individualizirani testovi prema unaprijed zadanim parametrima. U radu se koristi i programski paket Mathematica, Graph i GeoGebra. U online kolegiju postoje apleti s animacijama funkcija, primjeri rada u alatu Mathematica, kalendar s aktivnostima,

riješeni ispitni zadaci s usmenih i pismenih ispita te kolokvija, kao i primjeri uspješnih eseja. Nadalje, eseji se predaju u elektroničkom obliku čime se stvara baza eseja i na taj način smanjuje mogućnost neovlaštenog korištenja tuđih uradaka. S druge strane, klasično poučavanje više je usmjereno na komunikaciju, diskusiju, pojašnjavanje i prijenos pozitivnih normi.

On-line kolegiji na prvoj godini (Matematika 1 i Matematika 2) uglavnom služe boljem postizanju ishoda učenja kad se radi s velikim brojem studenata. Iako se u pripremu on-line kolegija uložilo izuzetno mnogo truda, rezultat je ipak veće zadovoljstvo studenata nastavnim metodama, povećana prolaznost, bolji uvid u rad i kontinuirano praćenje studenata te lakše uvođenje novih ili promjena postojećih metoda i sadržaja. Svake godine provode se ankete s pitanjima otvorenog i zatvorenog tipa koje omogućuju studentima davanje mišljenja o izvođenju on-line kolegija, ali i iznošenje preporuka za daljnji razvoj. Gotovo svi studenti (97%) koji su upisali predmet su bili prijavljeni u e-kolegij i od toga 95% studenata je aktivno sudjelovalo u radu e-kolegija.

### **Samoprovjere na Moodle-u**

Moodle je pogodan za slaganje baze pitanja po taksonomiji za pojedinu nastavnu cjelinu/zadaću/samoprovjeru. Tako svaka samoprovjera i zadaća u Moodle-u ima svoju bazu koja se sastoji od dva ili tri dijela iz koje se na unaprijed definirani način slažu pitanja/zadaci. Tokom cijelog semestra student ima četiri individualne zadaće u Moodle-u (to su Zadaci 1, 2, 3 i 4) i 11 klasičnih zadaća (tako da svaka zadaća pokriva jedan nastavni tjedan), dvije samoprovjere u Moodle-u (Kr. provjera 3 i 4), dok se druge dvije provjere izvode na predavanjima. Nadalje, postoji jedna samoprocjenu na Moodle-u koja služi studentima isključivo za vježbu i ne donosi dodatne bodove. Cilj zadaća na Moodle-u je vježbanje tehnike rješavanja zadataka pa tako studenti trebaju pored sebe imati papir i olovku, kalkulator te ponekad i alat Matematika/Graph na računalu. S druge strane, cilj samoprovjera je usvajanje teoretskog dijela nastavnog gradiva i razvijanje logičkog mišljenja što se postiže dobro osmišljenim pitanjima koja idu u dubinu gradiva u sve tri razine po Cox-ovoj taksonomiji, dok zadaci u zadaćama na Moodle-u idu u dvije dubine (tj. nema zadataka najviše razine, jer oni ulaze u mjesečne provjere - kolokvije). Ukupno je kreirano 528 zadataka (više u [3] i [5]).

Praćenjem prolaznosti studenata prve godine na matematičkim predmetima od 2003. do 2009. godine pokazuje da se uvođenjem novog načina rada sa studentima, koji uključuje kontinuirano praćenje i upotrebu e-učenja, prolaznost znatno povećala - u prosjeku za 25 do 30 postotnih jedinica. Na taj smo način ostvarili svoj prvi (opći) cilj zadan prije promjene u načinu rada. Pojednosti o ovim točkama su dane u znanstvenom članku koji je u [4]. Nadalje, studenti u anketama sve bolje ocjenjuju svoje zadovoljstvo metodama rada na matematičkim predmetima, što će, uz ostalo, biti pokazano u prezentaciji

e-kolegija.

## Literatura

- [1] Begičević N., Divjak B., Hunjak T., *Prioritization of e-learning forms: a multicriteria methodology*, CEJOR 15 (2007), 405. – 419.
- [2] Cox W., *A Math-KIT for engineers*, Teaching Mathematics and its Applications, 22(4), 2003, 193. – 198.
- [3] Divjak B., Ostroški M., *Learning outcomes in mathematics: Case study of their implementation and evaluation by using e-learning*, Monography of The Second International Scientific Colloquium: Mathematics and children (Learning outcomes), Osijek (2009), 65. – 76.
- [4] Divjak B., Erjavec Z., *Enhancing Mathematics for Informatics and its correlation with student pass rates*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 39(1), (2006), 23. – 33.
- [5] Divjak B., Ostroški M., Vidaček Hainš V., *Sustainable student retention and gender issues in Mathematics for ICT study*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 41(3) (2010), 293.-310.

# Projektni ciklusi u znanosti i razvoju

- doktorski studij -

BLAŽENKA DIVJAK

Sveučilište u Zarebu, Fakultet organizacije i informatike

e-mail: blazenka.divjak@foi.hr

NOSITELJ: prof. dr. sc. Blaženka Divjak

## Sažetak

Predmet Projektni ciklusi u znanosti i razvoju izvodi se na poslijediplomskom doktorskom studiju Informacijskih znanosti na Fakultetu organizacije i informatike Sveučilišta u Zagrebu i nosi 9 ECTS bodova. Do sada se izveo tri puta i interes za predmet je u stalnom porastu što govori o potrebi takvih sadržaja na doktorskom studiju, ali i kvaliteti izvođenja. Kvaliteti nastave značajno doprinosi mješovito učenje koje uključuje e-učenje putem LMS-a Moodle.

Prilikom implementacije predmeta u sustav za e-učenje potrebno je bilo voditi računa o sljedećim faktorima:

- Predmet se izvodi na poslijediplomskoj, doktorskoj razini, pa pokriva vrlo zahtjevne ishode učenja;
- Polaznici su odrasle, zrele, visoko kompetentne i motivirane osobe, ali čine heterogenu skupinu s obzirom na prethodno znanje i obrazovanje;
- Područje projektnog menadžmenta u znanosti je interdisciplinarno i zahtjeva znanja iz različitih znanstvenih područja, ali i praktične vještine pripreme i vođenja projekta.

Da bismo znali prilagoditi predmet studentima, prije izvođenja predmeta studenti su zamoljeni da ispune on-line upitnik u Moodle-u o njihovom prethodnom obrazovanju i predznanjima. Cilj takvog upitnika je određivanje razine predznanja studenata koji su upisali predmet kako bi se lakše formirale grupe, individualizirali zadaci i teme te kako bi se odredilo koji studenti trebaju pristupovati pojedinim temama te koje istraživanje trebaju napraviti samostalno. Upitnik je podijeljen u tri dijela. U prvom dijelu traže se osnovne informacije o studentu, u drugom dijelu ispituje se poznavanje istraživačkih metoda, dok se u trećem dijelu utvrđuje poznavanje metoda projektnog menadžmenta.

Ishodi učenja trebaju uzeti u obzir ulazne kompetencije studenata, ali trebaju biti usklađeni Dublinskim opisnicima za ishode učenja i polaznim postavkama Hrvatskog kvalifikacijskog okvira, nadalje s Pravilnikom o doktorskim studijima Sveučilišta u Zagrebu, kao i sličnim pravilnikom na razini Fakulteta.

Ishodi učenja su postavljeni, ali i povezani s metodama praćenja i ocjenjivanja rada studenata kao što je dano u Tablici 2.

Tablica 2: Način praćenja ishoda učenja

Ishodi učenja	Način praćenja
<b>Razumijevanje</b> uloge i načina upotrebe projekta u znanosti i razvoju	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usmeni ispit, "obrana" prijave projekta</li> <li>• Rad u timu na pojedinim metodama projektnog menadžmenta</li> </ul>
<b>Poznavanje i primjena</b> metoda upravljanja projektima	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rad u timu na pojedinim metodama projektnog menadžmenta</li> <li>• Prezentacija teoretskih i praktičnih aspekata pojedinih dijelova prijave</li> </ul>
<b>Analiza</b> i prepoznavanje kriterija uspješnosti projekata u pojedinim fazama projektnog ciklusa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pisanje projektne prijave</li> <li>• Prezentacija teoretskih i praktičnih aspekata pojedinih dijelova prijave</li> </ul>
<b>Sinteza</b> i prezentacija osnovnih dijelova prijave R&D međunarodnog projekta	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Izrada on-line tečaja o pisanju prijave u Moodle-u</li> <li>• Prezentacija teoretskih i praktičnih aspekata pojedinih dijelova prijave</li> </ul>
Razvijanje sposobnosti za <b>timski rad</b> , ali i za vođenje tima, te upravljanje projektnom dokumentacijom	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluacija projekata prema zadanim pravilima</li> <li>• Samoevaluacija rada u timu</li> </ul>
<b>Vrednovanje</b> R&D projekata	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluacija projekta</li> </ul>

Pregledom ovih metoda praćenja vidljivo je da one zahtijevaju visoku razinu kolaboracije među studentima (rad u timu), ali i suradnju s nastavnikom.

Istovremeno studenti se nalaze diljem Hrvatske, ali i svijeta. Stoga je značajna komponentna LMS-a kolaboracija putem foruma i diskusijskih grupa.

Nadalje, većina studenta ovog doktorskog studijskog programa ne spada u „tradicionalne“ studente koji nakon završenog diplomskog studija informatike nastavljaju na doktorskome studiju, već se radi o starijim studentima s popriličnim iskustvom u stručnom, a često i u znanstvenom radu. Način učenja i poučavanja takvih studenata se u mnogome razlikuje od „tradicionalnih“ studenata te nastavnik treba dobro poznavati principe andragogije, tj. načina učenja odraslih. Metode rada su pobliže opisane u referencama [1] – [3].

Na kraju, nekoliko rečenica o zadovoljstvu studenata. Po završetku svakog izvođenja predmeta, provodi se anketiranje studenata vezano uz njihovu percepciju kvalitete i uspješnosti predmeta s posebnim naglaskom na upotrebu tehnologije i e-učenja. Npr. u akademskoj godini 2008/09. upitnik je proveden na uzorku od 19 studenata. Većina studenata (njih 14 od ukupno 19) je na skali od 1 do 5 najvišom ocjenom ocijenilo definiranje i povezanost ciljeva predmeta i ishoda učenja. Nadalje, gotovo svi misle (15 studenata) da je Moodle doprinio boljoj komunikaciji s nastavnikom i onoj među studentima, a čak 18 studenata smatra da je korištenje Moodle-a bitno doprinijelo postizanju ishoda učenja predmeta. Posebno je naglašeno jednoglasno mišljenje da je korištenje Moodle-a doprinijelo distribuciji materijala.

## Literatura

- [1] Divjak B., Kukec S. K., *Teaching methods for international R&D project management*, Int. J. Project Management, Vol 26 (3) (2008)
- [2] Mengel T., *Outcome-based project management education for emerging leaders - A case study of teaching and learning project management*, Int. J. Project Management, Vol (26) (3) (2008)
- [3] Stoyan R., *'PM for all(TM)'* - *Intensive small group teaching in leadership and PM, for many students at low cost*, Int. J. Project Management, Vol (26) (3) (2008)

## E-tečaj GeoGebre

- srednja škola -

VESNA KRALJEVIĆ  
Turistička i ugostiteljska škola, Dubrovnik  
e-mail: vkraljevi@yahoo.co.uk

ELA RAC-MARINIĆ-KRAGIĆ  
V. gimnazija, Zagreb  
e-mail: ela.kragic-marinic@skole.hr

NOSITELJI: Šime Šuljić, prof.  
Ela Rac-Marinić-Kragić, prof.

SURADNICI: članovi *Normale*,  
udruge za promicanje  
nastave matematike

### Sažetak

E-tečaj **GeoGebre** služi obrazovanju nastavnika matematike za primjenu ICT-a u nastavi. Osim svladavanja programa **GeoGebra** tečaj pruža znanja i vještine za primjenu u nastavi.

### Uvod

Zbog nedostatka e-tečaja koji bi pomogli u implementaciji ICT-a u nastavu pokrenuli smo e-tečaj **GeoGebre**. Tečajevi koje provode informatičke tvrtke namijenjeni su općem informatičkom obrazovanju bez osvrta na specijalizirane nastavne sadržaje i softver. Danas se osnovnom normom informatičke pismenosti smatra ECDL (European Computer Driving Licence). Nakon što završe taj program mnogi nastavnici svejedno ne znaju kako implementirati ICT u nastavu. Poučavanje korištenja ICT-a ne bi trebalo provoditi odvojeno od strukture nastavnog predmeta. Da bismo pomogli u prevladavanju takve situacije odlučili smo pokrenuti e-tečaj.

### E-tečajevi i nastava matematike

Radionice za korištenje specijaliziranih programa koje se organiziraju na stručnim skupovima nisu dovoljne za uspješnu implementaciju ICT-a u nastavu. Prednosti e-tečaja u odnosu na klasične tečajeve su:

- Mnogi su nastavnici spriječeni prisustvovati stručnim skupovima (materijalni i geografski problemi, nastava, ...).
- Nedostatak prostora, opreme ili vrijeme odvijanja nije ograničavajući faktor za e-tečaj.
- Polaznik e-tečaja sam odabire vrijeme, mjesto, način i tempo učenja.
- E-tečaj tjera na samostalan rad i istraživanje.



- Učenje putem e-tečaja je dugotrajno, obimnije, stečena znanja i vještine su trajnija.
- Tečaj je i nakon završetka dostupan polaznicima.

Često se odustaje od e-tečaja jer oni zahtijevaju visoki stupanj samodiscipline i odgovornosti. Mnogim polaznicima nedostaje osobni kontakt. Problem može predstavljati tehnologija (nepoznavanje rada na računalu, problemi s internetom...) Da se izbjegnju ti problemi, e-tečaj je organiziran u dva podtečaja. Prvi je probni podtečaj otvorenog tipa, *Početni tečaj*, gdje se polaznici privikavaju na virtualno okruženje i upoznaju sa načinom rada. Nakon toga pristupaju moderiranom *Osnovnom tečaju*.

Nastava matematike zahtijeva specijalizirani softver. U malo nastavnih predmeta računalo daje toliki doprinos koliko nastavi matematike, pogotovo glede zornosti i dinamičnosti. **GeoGebra** pokriva geometriju, algebru i statistiku, besplatna je, jednostavna i intuitivna. Prati nastavni program osnovne i srednje škole te nižih godina nekih fakulteta. Prirodno se nameće ideja o e-tečaju **GeoGebre**. Tečaj je jedinstven za nastavnike osnovnih i srednjih škola. Svi prolaze kroz sadržaje različitih područja matematike, bez obzira obrađuju li ih u nastavi. Znanja koja na taj način stječu su cjelovita i potpunija. Cilj tečaja je poučiti nastavnike primjeni kod obrade različitih nastavnih sadržaja.

### **Struktura tečaja i sudionici**

Tečaj se provodi uz pomoć LMS sustava Moodle. Strukturiran je u poglavlja koja se otvaraju postupno. Kod otvaranja polaznici dobiju plan rada, obveze i rok u kojem ih moraju ostvariti, te lekcije sa zadacima. Svako poglavlje završava zadaćom. Zadaće i zadaci su problemskog i otvorenog tipa. Raznolikost njihovog rješavanja potiče kreativnost grupe. Na kraju svakog poglavlja napravi se *Rezime zadaće* gdje se opisuju uočeni problemi i najčešće pogreške, pokazuju kvalitetni uratci. Tečaj ima završnu zadaću. Okosnica cijelog tečaja je *Forum* preko kojeg se ostvaruje komunikacija i suradnja. Polaznik se ne osjeća prepušten samome sebi. Sustav Moodle omogućuje i direktnu komunikaciju između polaznika u realnom vremenu. Tu je *Chat*, idealan za gubljenje vremena, ali koristan za rješavanje iznenadnih problema.

Prvi, nemoderirani dio, *Početni tečaj*, ima dva poglavlja:

1. Instalacija **GeoGebre**, snalaženje u programu.
2. Osnovne geometrijske konstrukcije.

Polaznici upoznaju sustav Moodle, osnove **GeoGebre**, tehničke postavke. Drugi dio, *Osnovni tečaj*, moderiran je i sastoji se od 6 poglavlja.

1. Konstrukcije iz polja za unos.

2. Umetanje slika, preslikavanje objekata, primjene preslikavanja.
3. Kako u **GeoGebri** funkcioniraju funkcije.
4. Izvoz, ispis, opis konstrukcije.
5. Ostavi trag, lociraj svojstvo.
6. U carstvu krivulja.

Voditelji tečaja kreiraju lekcije, zadatke i zadaće, nadopunjuju materijale, svakodnevno odgovaraju na pitanja, pregledavaju i komentiraju uratke, daju upute. Kako bi tečaj ispunio svoju svrhu, voditelji trebaju biti stalno prisutni, visoko stručni i dobri poznavatelji materije.

Polaznici su različitih predznanja u radu s računalom, različitih iskustava s online učenjem, rade u različitim školama, trebaju raznolike oblike pomoći. **GeoGebra** upoznavaju kroz raznovrsne matematičke sadržaje. To je izazovno i zanimljivo, a polaznici uočavaju svrhovitost učenja. Činjenica da iznova uče stavlja ih u ulogu učenika i pomaže samoprocjenjivanju. Rezultati su očiti i odmah primjenjivi.

### **O povijesti e-tečaja GeoGebre**

Ideja se razvijala dulje vrijeme. Program **GeoGebra** preveli su 2004. na hrvatski jezik profesori Ela Rac-Marinić-Kragić i Šime Šuljić. Početna verzija stalno je nadograđivana i današnja varijanta 3.2 čini ga najjačim softverom u kategoriji. U studenom 2006. kreatori tečaja sudjelovali su na Carnetovoj konferenciji CUC 2006 i upoznali se sa mogućnostima sustava za učenje na daljinu. Tu je uobličena ideja o pokretanju e-tečaja **GeoGebre**.

Prvi tečaj je održan 2007. Trajao je od svibnja do kraja srpnja. Drugi je tečaj organizirala udruga Normala uz preporuku Agencije za odgoj i obrazovanje. Započeo je 9. ožujka i trajao je do 27. svibnja 2008. 18 polaznika je uspješno završilo tečaj.

U pripremi je i treći, nadopunjen i dorađen tečaj, koji bi trebao početi u rujnu ove godine.

# Financijska matematika

- preddiplomski studij -

DUŠAN MUNĐAR

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: dusan.mundjar@foi.hr

NOSITELJI: prof. dr. sc. Blaženka Divjak  
doc. dr. sc. Zlatko Erjavec

SURADNIK: Dušan Mundar, dipl. inž.

## Sažetak

U izlaganju ćemo se upoznati s predmetom Financijska matematika. Navest ćemo ishode učenja, metode rada, model praćenja studenata te prikazati način na koji smo koristili sustav za e-učenje Moodle u provođenju aktivnosti na predmetu. Neki od ishoda učenja na predmetu su razlikovanje vrsta obračuna kamata, računanje vrijednosti toka novca kroz vrijeme - uplata i isplata, računanje vrijednosti vezanih uz kredite, ocjenjivanje isplativosti projekata te se upoznavanje s osnovama financijskih izračuna vezanih uz životna osiguranja. Provjera usvojenog znanja, osim uz kolokvije, provodi se i u obliku *on-line* zadaća, kratkih provjera, provjera na računalima u kontroliranim uvjetima te izradom i prezentacijom financijske razrade projektne ideje.

Predmet Financijska matematika izvodi se u zimskom semestru na preddiplomskom studiju informacijskih i poslovnih studija. Nastava se izvodi kroz 15 sati predavanja i 30 sati seminarske nastave. U sklopu nastave studenti imaju samostalni i grupni rad. Sustav stavlja na raspolaganje osnovne informacije o predmetu i načinu provođenja nastave. Sustav služi kao potpora procesu provjere i samoprovjere usvajanja definiranih ishoda učenja.

Usvajanje pojedinog ishoda učenja provjerava se kroz jednu ili više aktivnosti definiranih u modelu praćenja studenata. Aktivnosti su raspoređene tijekom cijelog semestra kako bi studenti mogli pratiti svoje napredovanje te izbjeći preveliko opterećenje pri kraju semestra. Aktivnosti se sastoje od deset domaćih zadaća, četiri kratke provjere, tri kolokvija te izrade i prezentacije projekta. U izlaganju ćemo prikazati terminski plan i način provođenja aktivnosti.

Poseban naglasak treba staviti na stabilan raspored aktivnosti unutar predmeta. Nakon standardne nastave svi nastavni materijali dostupni su u sustavu za e-učenje. Provjera razumijevanja tjednog gradiva provodi se kroz individualne *on-line* domaće zadaće. U svakoj tjednoj zadaći studenti dobivaju tri računska zadatka. Zadaći mogu pristupiti kroz nekoliko dana. Zadaće su individualne, a generira se slučajnim odabirom zadataka iz baze zadataka. Takve provjere omogućavaju uvid u razinu usvojenosti gradiva od proteklog tjedna te upućuju na eventualnu potrebu za dodatnim pojašnjenjima. Mjesečna provjera

znanja provodi se kroz kolokvije. U svrhu samoprovjere spremnosti studenata za kolokvij, dva dana prije svakog kolokvija dostupna je jedna od individualnih *on-line* provjera. One za razliku od domaćih zadaća, osim računskih zadataka uključuju i teorijska pitanja. Zadatci na kolokviju rješavaju se pomoću džepnog kalkulatora, ali u ostalim aktivnostima potiče se korištenje tabličnog kalkulatora. Sposobnost korištenja tabličnog kalkulatora u rješavanju zadataka provjerava se pomoću individualne *on-line* kratke provjere, ali ovaj put u kontroliranim uvjetima. Navedena provjera provodi se u informatičkom laboratoriju pri kraju semestra.

Predmet je vođen idejom konstruktivizma te je aktivnost izrade projekta zamišljena u cilju objedinjenja gradiva u cjelinu. U okviru projekta studenti moraju osmisliti projektnu ideju. Za predloženu projektnu ideju trebaju analizirati financijski aspekt provedbe projekta. Temu predlažu preko foruma dostupnog na Moodle-u, koji im ujedno omogućuje diskusiju na temu. Vremenski rokovi za prijavu, kao i ostala pravila vezana uz izradu projekta, u svakom su trenutku dostupna u sustavu za učenje. Za ostvarenje projektne ideje potrebno je predložiti financiranje s pripadnim izračunima. Potrebno je napraviti amortizacijski plan opreme nabavljene za projekt te izraditi ekonomski tijek iz kojeg će se kasnije proizaći ocjena isplativosti projekta. Projekt se predaje u tiskanom i elektroničkom obliku. Elektronička verzija predaje se u okviru *off-line aktivnosti* na Moodle-u. Navedena aktivnost provodi se kroz timski rad te uključuje prezentiranje projekta. Prezentiranje projekata provodi se u posljednja dva tjedna nastave. Pošto timove mogu sačinjavati članovi iz različitih seminarskih grupa potrebno je dodatnu pažnju posvetiti organiziranju termina prezentacija. Raspored prezentacija objavljuje se na sustavu za e-učenje.

U sklopu nastave organizira se i predavanje gostujućeg predavača aktuaara s ciljem podizanja motivacije za gradivo te stjecanja slike poslovnih aktivnosti i mogućnosti u području koje pokriva gradivo predmeta. Predavanje se organizira krajem semestra. Prezentirano gradivo proširenje je financijske matematike iz aspekta potrebe osiguravajućih društava te ukazuje na potrebu razumijevanja osnovnih financijskih koncepata. Razumijevanje je potrebno kako za financijske analitičare, koji direktno koriste takve izračune, tako i za poslovne analitičare, informatičke i druge stručnjake u svrhu ostvarenja lakše i uspješnije međusobne suradnje.

Sustav za e-učenje nam je uvelike pomogao u provođenju nastavnog plana i programa. Korištenje sustava, osim što je pospjelo komunikaciju, omogućilo je postojanje jedinstvenog središnjeg mjesta za razmjenu datoteka sa studentima. Omogućilo je praćenje napretka na predmetu iz tjedna u tjedan. Svaka tjedna zadaća dala nam je informaciju u kolikoj je mjeri usvojeno gradivo od proteklog tjedna. Uputilo nas je na sadržaj kojem treba posvetiti dodatnu pažnju. Sve zajedno na kraju iskazano je zadovoljstvom studenta u rezultatima provedene ankete.

# Geometrijska grafika II

- stručni studij -

LIDIJA PLETENAC  
Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet  
e-mail: lidija.pletenac@gradri.hr

NOSITELJ: mr. sc. Lidija Pletenac

## Sažetak

Kolegij Geometrijska grafika II je koncipiran za B-razinu primjene e-učenja. To je mješoviti sustav (eng. blended, mixed-mode, hybrid). Uz rad f2f, dio nastave se izvodi online, a svi sadržaji su organizirani uz pomoć Moodle, alata za e-obrazovanje. Na samom početku su informacije i izvedbeni plan, način izvođenja nastave, obveze studenata, vrednovanje rada studenata, literatura, detaljan opis kolegija, korelativnost i sadržaj kolegija, ciljevi i ishodi učenja, pristup učenju i poučavanju, kalendar nastave tijekom semestra i forum s općim vijestima.

Kolegij je podijeljen u tematske cjeline:

1. Perspektivna kolineacija.
2. Konike.
3. Presjeci tijela ravninom.
4. Probodišta.
5. Dirna ravnina.
6. Kotirana projekcija.

Svaka cjelina ima nastavni materijal (skripta) s priloženim animiranim postupcima i interaktivnom grafikom za eksperimentiranje geometrijskim tvorevinama u 3D. Ponuđeni su primjeri, za rješavanje interaktivno u prostoru, koristeći CAD alat. Neke primjere dopunjuje vizualizacija rješenja u prostoru, na principu anaglifске perspektive. Osim unaprijed zadanih vježbi koje se rade u učionici, u ovom kolegiju na raspolaganju su zadaci i primjeri koji povezuju potrebna znanja i realnije oponašaju situacije u struci (problemski orijentirani zadaci).

Materijal pod nazivom "Priprema za vježbu" traži od studenta pisanu pripremu koja prethodi zadacima za referiranje na vježbama. Kroz zadaću iza svake vježbe provjeravaju se postignuti ishodi. Svako poglavlje ima forum

za diskusiju. Ponuđena je aktivnost na nastavi za bonus bodove i samoprovjera, koja se ne boduje u kolegiju. Kolokviji se sastoje od klasičnog rada na papiru i testa, koji je unutar e-kolegija.

Rad studenta se prati i boduje u skladu s Pravinikom o ocjenjivanju, Sveučilišta u Rijeci. Prije ispita ponuđen je probni ispit za samoprovjeru, čime se smanjuju rizici na službenom ispitu.

Ovaj kolegij je na stručnom studiju te je turnusna nastava uživo organizirana popodne. Sadrži predavanja s diskusijom i vježbe na papiru i računalu, tako da student može pitati, izlagati rješenja i dobiti povratnu informaciju. Proces učenja neki put započinje motivacijskim upitnikom, a nekad svojevrsnim snimanjem situacije, tj. testiranjem znanja i sposobnosti s kojima student ulazi u e-kolegij. Završna anketa se nalazi na kraju kolegija.

E-učenje pruža studentu mogućnost da se koncentrira na stvari koje još ne zna i želi naučiti i to tempom koji mu najbolje odgovara. S razvojem ovog kolegija pokazalo se: Što je e-komponenta kolegija bogatije opremljena i razrađena, studenti bolje i aktivnije obavljaju poslove. No, ima i onih koji ne otvaraju sve ponuđene materijale.

# Zlatni rez

- srednja škola -

KRISTINA RISMONDO  
XV. gimnazija, Zagreb  
e-mail: kristina.rismondo@gmail.com

NOSITELJ: Kristina Rismondo, prof.

## Sažetak

Projekt je realiziran s učenicima 1. razreda prirodoslovno-matematičke gimnazije u okviru nastave likovne umjetnosti. Kroz temu zlatni rez omogućena je korelacija likovne umjetnosti i matematike, a projekt se provodio kombiniranjem nastave u razredu i virtualnom prostoru interneta. Učenici su podijeljeni u grupe s različitim zadacima koji uključuju analitičko istraživanje zadanih djela, traženje referentnih izvora podataka i prepoznavanje zlatnog reza u matematici i prirodi. E-učenje se provodilo kroz zajednički rad učenika na kolaborativnoj stranici *Springnote notebooks*. Projekt je realiziran na stranici <http://zlatnirez.springnote.com/>. Na projektu su sudjelovali učenici 1e razreda XV. Gimnazije iz Zagreba.

## Uvodno o projektu

Projekt zlatni rez je zamišljen kao semestralni korelativni zadatak likovne umjetnosti i matematike u trajanju od mjesec dana. Projekt se realizirao u četvrtom kvartalu nastave godine, tj. u razdoblju kad su pojmovi i metode likovne umjetnosti već prihvaćeni i shvaćeni.<sup>1</sup> Projekt je iniciran pitanjem u razredu – što je to zlatni rez i gdje se nalazi.

Pojam zlatnog reza predstavlja zagonetku i pobuđuje radoznalost kod učenika pa je dio zagonetke trebao biti razotkriven ovim projektom.

Unutar projekta kombinirane su aktivnosti klasičnog rada u učionici i e-učenja na zajedničkoj stranici <http://zlatnirez.springnote.com/> oblikovanoj po wiki modelu.

## Programi likovne umjetnosti i matematike

Likovna umjetnost u prvom razredu gimnazije je predmet temeljen na promatranju i istraživanju umjetničkih djela. Istraživanje obuhvaća umjetnička djela skulpture, slikarstva i arhitekture. Prema planu i programu likovne umjetnosti od učenika se očekuje analitički pristup i prihvaćanje nove terminologije

---

<sup>1</sup>Likovna umjetnost je predmet koji učenici dobivaju u 1. razredu gimnazije. Unatoč nazivu, predmet nema nikakvih sličnosti s likovnom kulturom u osnovnoj školi. Likovna umjetnost omogućuje potpuno novu terminologiju i metodu rada.

specifične za predmet likovna umjetnost. Korelacija likovne umjetnosti i matematike omogućena je putem geometrije.

U sklopu nastave matematike prema planu i programu istražuje se kružnica i krug, te pravilni poligoni. Pojam zlatnog reza nije obuhvaćen, ali uklapa se u promišljanja geometrije 1. razreda.

### **Zlatni rez**

Pojam zlatnog reza najčešće se povezuje s umjetnošću i istraživanjem odnosa unutar nekog djela, a nalazimo ga i u prirodi. Jedina metoda provjere zlatnog reza vezana je uz matematiku putem aritmetike ili geometrije. Zadatak učenika uključivao je istraživanje mjerenjem i rekonstruiranjem zlatnog reza na zadanim djelima.

### **Nastavne metode**

Projekt je započet u drugom polugodištu, tj. u razdoblju koje je planom i programom likovne umjetnosti povezano s istraživanjem skulpture i arhitekture.

Istraživanje skulpture i zlatnog reza uključivao je rad na fotografijama i fotokopiranim materijalima te istraživanje geometrijskih likova kvadrata, kruga i trokuta. Nastava u razredu uključivala je mjerenja i konstrukciju zlatnog reza. Pomoću paus (prozirnog) papira, šestara, trokuta i ravnala učenici su mjerili zadane primjere u udžbeniku.

Online stranica omogućila je prezentaciju radova učenika, ali i neke druge aktivnosti poput skeniranja i editiranja. Online prostor omogućio je istovremen pristup i uvid u rad većeg broja učenika, te međusobnu interakciju učenika i nastavnika. Učenici nisu imali problema u snalaženju na wiki modelu stranice *Springnote notebooks* iako je nekima to bio prvi pokušaj editiranja wiki stranica.<sup>2</sup>

Učenici su podijeljeni u tri grupe: istraživačku, referentnu i interdisciplinarnu grupu, pa ovisno o grupi kojoj pripadaju definirane su njihove aktivnosti.<sup>3</sup>

### **Umjesto zaključka**

Kombiniranje klasične nastave i e-učenja omogućilo je širi, istraživački uvid u problem zlatnog reza. Kombiniranje matematike i likovne umjetnosti omogućilo je konkretnu praktičnu metodu istraživanja likovnih djela. Učenici su se lako snašli u novom načinu rada što se može vidjeti na stranici koju su realizirali.

---

<sup>2</sup>Prema online anketi učenici imaju iskustva s korištenjem multimedijalnih sadržaja i alatima poput youtube, a ne i editiranjem na wiki stranicama.

<sup>3</sup>Aktivnosti i zadaci mogu se vidjeti na stranici <http://zlatnirez.springnote.com/pages/5588623> (pristupljeno: 07.06.2010. u 01.33).



## Literatura

- [1] Lawlor R., *Sacred geometry*, Thames and Hudson, London (2000)
- [2] Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja – nastavni planovi i programi, [http://portal.ncvvo.hr/index.php?option=com\\_content&task=view&id=26&Itemid=1](http://portal.ncvvo.hr/index.php?option=com_content&task=view&id=26&Itemid=1), (07.06.2010.)
- [3] Pejaković M., *Zlatni rez*, Art studio Azinović, Zagreb (2001.)
- [4] Zlatni rez, <http://zlatnirez.springnote.com/>, (07.06.2010.)

## Odabrana poglavlja matematike

- diplomski studij -

BOJAN ŽUGEC

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: bojan.zugec@foi.hr

NOSITELJ: prof. dr. sc. Blaženka Divjak

SURADNICI: Damir Horvat, prof.  
Bojan Žugec, dipl. inž.

TEHNIČKA PODRŠKA: Darko Grabar, dipl. inf.

### Sažetak

Reformom sustava visokog obrazovanja u Republici Hrvatskoj, iniciranom prihvaćanjem Bolonjske deklaracije, stari dodiplomski studij se podijelio u dva ciklusa: preddiplomski i diplomski. Pristup drugom ciklusu zahtijeva uspješno završen prvi ciklus studija koji mora trajati najmanje šest semestara. Stupanj postignut nakon prvog ciklusa završava svjedodžbom prvostupnika i odgovarajućom razinom kvalifikacije dok ovaj potonji vodi prema magisteriju odgovarajuće struke. Kao jedan od ciljeva Bolonjske deklaracije navedeno je promicanje mobilnosti i time pružanje studentima prilike za cjeloživotno učenje. Na Fakultetu organizacije i informatike se taj cilj ostvaruje jer svake godine nekoliko desetaka studenata, koji su preddiplomski studij završili na nekoj od drugih visokoškolskih ustanova, na FOI-ju upisuju diplomski studij. Ti studenti moraju položiti određeni broj ispita kao uvjet za upis na spomenuti diplomski studij. U tu razliku ispita ulazi i predmet Odabrana poglavlja matematike (OPM). Budući da većina tih studenata ima status izvanrednih studenata (ili studenata uz rad) pa da im se izađe u susret, omogućeno im je da nastavu iz OPM-a polaze online. Prvo online izvođenje OPM-a startalo u akademskoj godini 2008./2009. Prvobitna motivacija za online izvođenje predmeta jesu bili izvanredni studenti, no uvidjelo se da se ovako pomaže i redovnim studentima koji zbog činjenice da ne moraju prisustvovati predavanjima i seminarima iz OPM-a imaju veću slobodu u rasporedu za druge predmete. Online poučavanje ne iziskuje fizičku prisutnost studenata, ali isti ipak moraju pokazati odgovornost i sposobnost upravljanja vlastitim vremenom da bi mogli redovito pratiti gradivo. Zadatak nas predavača u svemu tome (uz poučavanje, naravno) je bio i taj da na adekvatan način koncipiramo online predmet da bude u skladu sa zadanim ishodima učenja koji nam precizno govore kakva znanja i kompetencije očekujemo da studenti usvoje.

Budući da je Moodle službeni sustav za upravljanje učenjem na Fakultetu organizacije i informatike, ista platforma se koristi i za implementaciju OPM-a. Prije nego počinje online nastava, studenti su pozvani na zajednički sastanak

s predavačima gdje se upoznaju s načinom rada i osnovnim informacijama o predmetu. Nadalje, upućuje ih se u organizaciju OPM-a u Moodle-u te na sastanku oni sami mogu pristupiti predmetu i vidjeti kako pojedini elementi funkcioniraju. Online verzija OPM-a se izvodi u zimskom semestru dok je redovito izvođenje istog u ljetnom semestru. OPM se smatra teže položivim predmetom zbog činjenice da pokriva različite matematičke teme te zahtijeva određenu razinu matematičkog predznanja, ali i povezivanje s informatikom. Iz tog je razloga studentima ponuđena i mogućnost redovnog slušanja OPM-a u ljetnom semestru ako smatraju da nisu dovoljno spremni za izlazak na ispit nakon što su predmet odslušali online.

Kako se zapravo izvodi nastava na online OPM-u? Predmet je strukturiran u sedam poglavlja od kojih je prvo uvodno te se u njemu nalaze sve relevantne informacije vezane uz predmet (plan i program rada, ishodi učenja, način izvođenja nastave, praćenje studenta kroz semestar i kalendar nastave). Plan i program je napravljen po uzoru i iskustvu redovnog izvođenja OPM-a. U tom se uvodnom poglavlju još i nalazi Forum s vijestima preko kojeg studenti sve obavijesti (poruke) vezane uz predmet primaju na mail. Poruke na tom forumu studenti ne mogu ostavljati pa u tu svrhu postoji Forum za diskusije. Tu je još i forum Tehnička podrška za pitanja tehničke prirode. U gornjem dijelu lijeve navigacije u Moodle-u jasno je istaknuto koje nastavno poglavlje studenti trenutno trebaju proučavati (i u kojem vremenskom periodu). Svako nastavno poglavlje se sastoji od *općih informacija, nastavnih materijala te materijala za samostalni rad*. U nastavnim materijalima se nalaze detaljno napisane pdf prezentacije preko kojih se studenti upoznaju s gradivom. To su iste prezentacije koje se koriste na predavanjima redovite varijante OPM-a. Osim tih, nazovimo ih "predavanja", postoje i objašnjeni riješeni zadaci za vježbu te video materijal rješavanja pojedinih zadataka zajedno s popratnim audio objašnjenjima postupaka. Za samostalni rad studenti imaju dodatne zadatke te malo složenije zadatke za rješavanje, zadaće i samoprocjene znanja. Ove posljednje dvije aktivnosti služe za skupljanje bodova. Naime, svaki student dobije određeni broj (ovisno o poglavlju) slučajno odabranih zadataka iz zadaće koje u zadanom roku treba predati. U velikoj većini slučajeva studenti rješavaju zadatke na papiru te ih skeniraju ili uslikaju digitalnim fotoaparatom i uploadaju na Moodle. Samoprocjene znanja su implementirane u Moodle-u te ih studenti rješavaju online. Maksimalno se na predmetu može sakupiti 30 bodova, pri čemu se na pismeni dio ispita prenosi 'broj bodova'/3 (maksimalno 10 bodova što odgovara 1/6 ukupnog broja bodova na pismenom). Što se općih informacija o pojedinom nastavnom poglavlju tiče, one sadržavaju ishode učenja poglavlja gdje studenti mogu vidjeti što se od njih očekuje da savladaju u odgovarajućem poglavlju. Nadalje, tu su i upute o načinu svladavanja poglavlja te Forum za pitanja vezana uz gradivo. Ako im spomenuti forum nije dovoljan da razjasne nejasnoće u gradivu, na njihovu se inicijativu

moгу održati dodatni zajednički sastanci s predavačima gdje se dotično gradivo objasni.

Svake se akademske godine završetkom online izvođenja OPM-a provodi anketa (implementirana u Moodle-u) među studentima, o njihovom zadovoljstvu online izvođenjem OPM-a. Po rezultatima ankete i njenim komentarima možemo primijetiti da su studenti prepoznali motivaciju za uvođenjem ovakvog oblika nastave, i da se online kolegijem uspješno služe. No, ipak se jedan značajniji dio njih odlučuje za redovito pohađanje predavanja i seminara u ljetnom semestru zbog ne snalaženja u upravljanju vlastitim vremenom, ali i same složenosti nastavnog gradiva. U anketi prve generacije online OPM-a smo naišli na komentare da je bilo premalo riješenih i objašnjenih zadataka te premalo video materijala. Potaknuti tim komentarima, odlučili smo za iduću generaciju napraviti više video materijala i prezentacija s riješenim zadacima. Rezultat se odmah vidio u anketi te iduće generacije, gdje u komentarima nije bilo nikakvih prigovora na nastavne materijale.

*Znanstveno-stručni kolokvij "Matematika i e-učenje"*  
Dubrovnik, 27.06. – 02.07.2010.

## *Poster*



## Primjeri studentskih radova u e-učenju

BLAŽENKA DIVJAK

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: blazenka.divjak@foi.hr

DAMIR HORVAT

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: damir.horvat1@foi.hr

PETRA ŽUGEC

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike  
e-mail: petra.zugec@foi.hr

### Sažetak

Ovim posterom dajemo sveobuhvatan pregled primjera dobre prakse koji su nastali kao rezultat zadataka koje studenti Fakulteta organizacije i informatike tokom studija obavljaju samostalno, ili u timovima, na pet različitim matematičkim predmetima. U nastavku se nalazi kratak opis zadataka s pripadnim karakteristikama. Zadaci su podijeljeni po predmetima, počevši od Matematike 1 koja se izvodi u prvom semestru preddiplomskog studija, pa do Diskretnih struktura s terijom grafova na diplomskom studiju. Ispod opisa navedeni su nazivi tema koje su napravili studenti Fakulteta organizacije i informatike i čiji su dijelovi iskorišteni u posteru kao primjeri dobre prakse.

#### Matematika 1

Matematika 1 je predmet koji se izvodi u prvom semestru preddiplomskog studija "Informacijski i poslovni sustavi". Predavanja i seminari su organizirani po grupama studenata koje su velike. Zadatak svakog studenta je napisati esej na zadanu temu. Cilj ovog zadatka je da studenti nauče koristiti matematičku literaturu različitih izvora, barem jedan alat za obradu matematičkog teksta i držati se zadane forme [1, str. 77.]. Napisani esej moraju predati on-line (uploadati na Moodle) gdje se eseji i ocjenjuju.

Primjeri dobre prakse:

- Matija Srnec – "Usmjereni grafovi"
- Sanjin Vučković – "Cantorov doprinos teoriji skupova"

#### Matematika 2

Budući da je Matematika 1 predmet "predhodnik" predmetu Matematika 2, Matematika 2 se izvodi u drugom semestru ranije spomenutog preddiplomskog studija. Grupe studenata su i dalje velike te se zadatak također obavlja individualno. Zadatak je problemski što znači da studenti trebaju

prikupiti bitne podatke iz područja vezanog uz sam zadatak (sami pronalaze potrebnu literaturu), prezentirati ih u kraćoj pisanoj formi i primijeniti u jednostavnijim problemima modeliranja. Studenti nauče koristiti neki jednostavniji matematički alat. Problemski zadatak predaju on-line. Povratna informacija u obliku kometara također im je dostupna on-line.

Primjeri dobre prakse:

- Monika Bistrović – "Logistička krivulja"
- Krešimir Varga – "Regula falsi"

### **Financijska matematika**

Ovaj predmet se izvodi u trećem semestru preddiplomskog studija. U sklopu predmeta radi se projektni zadatak čiji je cilj osmisliti, formulirati, analizirati i prezentirati primjer isplativosti investicijskog projekta koristeći IT (ovdje posebno treba naglasiti napredniju upotrebu tabličnog kalkulatora – MS Excela). Za razliku od dosadašnjih zadataka, ovaj se radi u timovima od po tri člana. Predaja i povratna informacija studentima su i ovdje dostupni on-line.

Primjeri dobre prakse:

- Sanja Oreški, Karlo Videk, Tomislav Vrbanić – "Proizvodnja i prodaja pčelinjih proizvoda"

### **Odabrana poglavlja matematike**

Odabrana poglavlja matematike je najzahtjevniji matematički predmet preddiplomskog studija koji se izvodi u četvrtom semestru. U sklopu predmeta studenti izabiru dvije od četiri ponuđene zadaće koje potom moraju samostalno riješiti. Cilj zadaća je da studenti razvijaju kreativnost, nauče iskoristiti i primijeniti stečeno znanje iz matematike te proučiti (i naučiti) koristiti se naprednijim matematičkim alatima (Blender, Mathematica, GeoGebra, Python, Arcimedes Geo3D i POV-Ray). Nadalje, također moraju izabrati projektni zadatak koji obavljaju u tročlanom timu. U projektnom zadatku potrebno je analizirati zadani realni problem, odabrati prikladnu metodu rješavanja iz skupa metoda naučenih na ovom predmetu i drugim predmetima na studiju (ovdje se posebno mora istaknuti programiranje), kao i identificiranje nekih novih metoda kako bi se problem riješio na efikasan i efektivan način. Poseban naglasak u implementaciji zadaća i projektnog zadatka stavlja se na programiranje i modeliranje danog problema. Napravljene radove studenti predaju on-line. Kao dio svih zadataka svakako još treba spomenuti i e-portfolio aktivnost. E-portfolio služi za refleksiju (promišljanje) o aktivnostima na predmetu te njihovom izvršenju. Nadalje, tu je i diskusija o teškoćama ili uspjesima studenata, pojašnjavanje koncepata ovog predmeta i njegovo povezivanje s drugima



predmetima ili promišljanje o matematičkom modeliranju i ulozi matematike u struci općenito. Aktivnost vezana uz e-portfolio predstavlja doprinos upotrebi tehnologije u poučavanju [2, str. 74.].

Primjeri dobre prakse:

- Krunoslav Kranjčec – "Nultočke polinoma s cjelobrojnim koeficijentima", Python
- Krunoslav Kranjčec – "Svojstvene vrijednosti matrica", Python
- Katarina Pažur, Bojan Susovski – "Modeliranje i animacija", Blender
- Ana Štefulj – "Thebault's theorem", GeoGebra
- Kristina Ledinski – "Pravilna trostrana piramida", Archimedes Geo3D
- Damir Bajsić, Asja Sternšek, Violeta Škvorc - "Modeliranje staklene čaše na drvenom stolu", "Zrcaljenje", POV-Ray

### Diskretne strukture s teorijom grafova

Diskretne strukture s teorijom grafova je, za sad, jedini matematički predmet koji se izvodi na diplomskom studiju. Grupe studenata su manje, a zadaci najzahtjevniji. Studenti nauče efikasno raditi u timu na definiranju i rješavanju problema iz područja diskretne matematike i teorije grafova te na njihovoj primjeni u realnim problemima. Timovi sami smišljaju projektne zadatke jedni drugima, a nastavnikova uloga je podjela zadataka među timovima. Najveći naglasak je na primjeni naučene teorije. Studenti su obavezni implementirati zadatke uz pomoć računala. Također, uz pomoć e-aplikacije Wiki studenti online razvijaju svoje grupne zadatke, a uz pomoć aplikacije Delicious spremaju web reference na korištenu literaturu i ostale resurse. Nadalje, svaki student tokom semestra mora individualno napraviti i dva zadatka (zadaće). Prvi je vezan uz diskretnu matematiku, a drugi uz teoriju grafova.

Primjeri dobre prakse:

- Ivan Švogor, Stanko Peharda, Marko Škvorc – "Minimalno razapinjuće stablo"
- Nikola Bakoš, Mario Karlovčec, Matija Novak – "Primjena Dijkstrinog algoritma za izračunavanje najbližih puteva"
- Ana Hanžek – "Stablo najkraćih puteva na karti", "Potpuni graf", "Minimalno razapinjuće stablo"

Poster je raspoređen tako da je usklađen s količinom gradiva za koju se očekuje da studenti usvoje. Sukladno tome, vidi se da težina zadataka prati studentov napredak, tj. zadaci zahtijevaju sve veći studentov angažman. Također, studenti sami uočavaju snagu matematike i njezine primjene.

## Literatura

- [1] *Ishodi učenja u visokom školstvu*, ur. Divjak B., TIVA Tiskara, Varaždin (2008).
- [2] Divjak B., Ostroški M., *Learning outcomes in mathematics: Case study of their implementation and evaluation by using e-learning*, Drugi međunarodni znanstveni skup "Matematika i dijete" (Ishodi učenja), Elemental, Osijek (2009).

## Mala matematička škola i e-učenje

MARGITA PAVLEKOVIĆ

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Učiteljski fakultet  
e-mail: pavlekovic@ufos.hr

IVANA ĐURĐEVIĆ

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Učiteljski fakultet  
e-mail: idjurdje@mathos.hr

ANA PERIĆ

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Učiteljski fakultet  
e-mail: aperic@ufos.hr

### Sažetak

Posterom je predstavljen model izobrazbe studenata učiteljskih studija u području edukacije matematički darovite djece uz pomoć sustava za potporu elektroničkomu učenju.

Od srpnja 2004. godine, tijekom akademskih godina, u okviru Male matematičke škole, u metodičkome praktikumu Učiteljskoga fakulteta u Osijeku, odvija se sustavni i kontinuirani neposredni rad studenata učiteljskih studija i sveučilišnih nastavnika s učenicima četvrtih razreda s posebnim interesom za matematiku iz osječkih osnovnih škola. Tijekom rada studentima i polaznicima Male matematičke škole dostupan je internet, didaktički kompleti, pametna ploča, dječji matematički časopisi te domaća i strana literatura primjerena dobi učenika.

Slijedeći trendove u obrazovanju te zahvaljujući brzom razvoju informacijskih tehnologija i činjenici da svaki polaznik Male matematičke škole dio svoga slobodnog vremena provodi kod kuće za osobnim računalom, ove akademske godine u obrazovanje pristupnika Male matematičke škole uvodi se sustav za potporu elektroničkoga obrazovanja Moodle. Njegov je cilj podizanje kvalitete obrazovanja polaznika Male matematičke škole i ostvarivanja bolje komunikacije između studenata učiteljskih studija i polaznika Male matematičke škole. Moodle je besplatni sustav otvorenoga koda (open source) koji korisnicima omogućuje uvid u izvorni kôd uz mogućnost promjene i prilagodbe vlastitim potrebama. Projekt pokusne primjene sustava Moodle u okviru Male matematičke škole obuhvaćao je 20 studenata Učiteljskoga fakulteta u Osijeku i 19 učenika iz pet osječkih osnovnih škola, a izvodio se tijekom akademske godine 2009./2010. Preduvjeti za izvođenje ovoga projekta uključivali su posjedovanje osobnoga računala i priključka na internet svakoga polaznika Male matematičke škole te posjedovanje Carnetovih korisničkih podataka.

Studenti su sa svojim sveučilišnim nastavnicima u okviru sustava za potporu elektroničkom učenju Moodle redovito pripremali zanimljive zadatke iz

područja matematike, edukativne igrice i simulacije te pomagali polaznicima Male matematičke škole s njihovim zadatcima i pratili njihov napredak. Tako su se npr. učenici četvrtoga razreda osnovne škole, bez prethodnoga znanja o površini kvadrata i pravokutnika, koristili simulacijom "Fido's flower bed". U simulaciji se pomoću jediničnih kvadratnih blokova slaže vrt. Ponudeni vrtovi bili su oblika kvadrata odnosno pravokutnika. Na pitanje kolika je površina sagrađenoga vrta, učenici su odgovarali jednostavnim prebrojavanjem kvadratnih blokova. Usporedbom površine i duljine stranica kvadrata, odnosno širine i duljine pravokutnika, učenici su na zabavan način otkrili kako se površina kvadrata (pravokutnika) može izračunati umnoškom duljina stranica.

Radom s učenicima u sustavu Moodle studenti su uvidjeli brojne prednosti koje pruža ovakav oblik izvođenja nastave (mogućnost pristupa aktivnostima i materijalima od kuće, mogućnost uporabe različitih alata, lakše i brže ocjenjivanje kvizova, poticanje učenika na suradnju) te su imali priliku na jednostavan način kreirati kvizove (koristeći se programom "HotPotatoes") i testove za učenike kako bi ponovili prethodno, ali i za provjeru novostecenoga znanja. Svi kreirani kvizovi uz poruku o točnosti davali su učeniku i povratnu informaciju o ispravnome odgovoru. Moodle je omogućio sveučilišnim nastavnicima, time i studentima, potpun uvid u rad učenika. Izravno provjeravajući svaki učenički odgovor, studenti su imali stvarnu priliku za kontinuirano praćenje, neovisno o vremenu i mjestu. Nakon pregledanih zadataka studenti su davali učeniku i povratnu informaciju o njegovome radu, pohvalu za uspješno rješavanje zadatka i upute kako unaprijediti, poboljšati svoj rad.

Učenici Male matematičke škole pokazali su posebni interes za stvaranje "Maloga matematičkog rječnika" u koji su samostalno unosili matematičke pojmove koje su obrađivali, pri čemu su si međusobno pomagali izmjenjujući nazive pojmova i upute kako pojmove objasniti i na ispravan način dodati željeni pojam u rječnik. Ova aktivnost uvelike je utjecala i na zajedništvo polaznika Male matematičke škole, koji dolaze iz različitih osnovnih škola, te ih poticala i na uporabu komunikacijskoga alata i alata za kolaboraciju (forum) kojima su rado pristupali i uz pomoć kojih su u sigurnoj okolini izmjenjivali iskustva s matematičkih natjecanja, postavljali jedni drugima zanimljive mozgalice i tražili rješenja za određene matematičke probleme.

Tijekom rada učenika s pripremljenim edukativnim materijalima prikupljale su se povratne informacije o njihovome zadovoljstvu pripremljenim materijalom te lakoći korištenja materijala. Posebno ističemo činjenicu da je 86% polaznika Male matematičke škole iskazalo veliko zadovoljstvo pripremljenim uputama i rješenjima zadataka u obliku video materijala pri rješavanju zadataka korištenjem programa dinamičke geometrije. Samostalnim pregledavanjem uputa kako npr. uporabom programa Geogebra stvoriti stupčasti dijagram, učenici su uspjeli samostalno riješiti postavljene zadatke bez poteškoća.

Praćenje ovakvoga oblika nastave učenicima nije predstavljalo nikakve poteškoće. Pokazali su znanje osnovnoga rada na računalu, iznimnu spretnost pri pristupu elektroničkom sustavu Moodle i korištenju dinamičkih animacija, rješavanju online upitnika i kvizova te pri unosu teksta kao odgovora na pitanja postavljena u određenim online testovima.

Na temelju obrađenih podataka prikupljenih anketiranjem polaznika Male matematičke škole ističemo veliko zadovoljstvo kod pristupnika Male matematičke škole uvođenjem sustava za elektroničko učenje u njihovo matematičko obrazovanje. Ohrabreni uspjesima studenata i učenika, a posebno njihovim zadovoljstvom radom s pripremljenim materijalom, u ovoj pokusnoj primjeni sustava Moodle preporučujemo učiteljima nižih razreda osnovne škole uporabu sustava za elektroničko učenje kao nadopunu klasičnoj nastavi. U daljnjem radu pripremamo izravnu pomoć zainteresiranim učiteljima osječkih osnovnih škola u ovladavanju vještinama i znanjima potrebnim za uključivanje u sustav za elektroničko učenje, što predstavlja neposredan prinos zaživljavanju e-učenja u praksi.

**Ključne riječi:** matematička edukacija, edukacija matematički darovite djece, popularizacija matematike, elektroničko učenje.

## Literatura

- [1] Pavleković M., *MATEMATIKA I NADARENI UČENICI – razvoj kurikula na učiteljskim studijima za prepoznavanje, izobrazbu i podršku darovitih učenika*, Element, Zagreb (2009).
- [2] Pavleković M., Zekić-Sušac M., Đurđević I., *A novel way for detecting children's mathematical gift by using the estimates of teachers, psychologists, expert systems, and students*, International Journal of Research in Education, Delhi (2008).
- [3] Pavleković M., Zekić-Sušac M., Đurđević I., *Expert system for detecting a child's gift in mathematics*, International Scientific Colloquium Mathematics and children (How to teach and learn mathematics), in: Pavleković M., (eds.): Osijek: University J. J. Strossmayer in Osijek (2007), 98. – 116.
- [4] Saito E., Imansyah H., Kubok I., Hendayana S., *A study of the partnership between schools and universities to improve science and mathematics education in Indonesia*, International Journal of Educational Development, Vol 27 (2007), 194. – 204.

- [5] Goljevački L., Moguš K., *Little school of mathematics (Mala matematička škola)*, Proceedings of the second congress of mathematica teachers (Zbornik radova drugog kongresa nastavnika matematike), ed. Petar Mladinić. Zagreb, Croatian mathematical society (Hrvatsko matematičko društvo) (2004), 150. – 151.
- [6] Pavleković M., Kolar-Begović Z., *Teachers contribution to the modernization of teaching mathematics*, Proceeding of the International Scientific colloquium on Contemporary teaching in Osijek (ed. A. Peko, 2002), PF Osijek (2003), 100. – 108.
- [7] Sternberg R. J., *Giftedness as developing expertise: A theory of interface between high abilities and achieved excellence*, High Ability Studies, Volume 12, Number 2 (2001), 159. – 179.
- [8] Renzuli J. S., *The Three-ring conception of giftedness: A developmental model for creative productivity*, in: Sternberg, R. J.; Davidson, J. E. (eds.): *Conception of Giftedness*. New York: University Press (1986).

## Popis sudionika

Jelena Beban Brkić, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu  
Nina Begičević, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu  
Martina Benković, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu  
Mirela Brumec, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu  
Antonela Czwyk Marić, Zdravstvena škola, Split  
Blaženka Divjak, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu  
Ivana Đurđević, Učiteljski fakultet, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Zlatko Erjavec, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu  
Alan Filipin, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu  
Božica Hajsig, Arhitektonski fakultet, Sveučilište u Zagrebu  
Helena Halas, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu  
Damir Horvat, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu  
Tihomir Hunjak, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu  
Marija Jakuš, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu  
Ema Jurkin, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Sveučilište u Zagrebu  
Vesna Kraljević, Normala, udruga za promicanje nastave matematike  
Ivica Lipanović, STŠ Fausta Vrančića, Zagreb  
Željka Milin-Šipuš, PMF-MO, Sveučilište u Zagrebu  
Dušan Mundar, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu  
Margita Pavleković, Učiteljski fakultet, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Ana Perić, Učiteljski fakultet, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Lidija Pletenac, Građevinski fakultet, Sveučilište u Rijeci  
Kristina Rismondo, XV. Gimnazija, Zagreb  
Mirna Rodić Lipanović, Tekstilno-tehnološki fakultet, Sveučilište u Zagrebu  
Šime Šuljić, Gimnazija i strukovna škola Jurja Dobrile, Pazin  
Ana Vukelić, Prehrambeno-biotehnološki fakultet, Sveučilište u Zagrebu  
Bojan Žugec, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu  
Petra Žugec, Fakultet organizacije i informatike, Sveučilište u Zagrebu

## Bilješke



